

N° d'enregistrement
au C.N.R.S.
A.O. 4325

ARTICLE PRINCIPAL
recouvrant en tout
LA THÈSE DE DOCTEUR-INGÉNIEUR
Physique
présentée
A LA FACULTÉ DES SCIENCES
de PARIS
par
Monsieur Hervé GACHON
pour obtenir
le grade de **DOCTEUR-INGÉNIEUR**

Sujet de la Thèse : DÉFORMATION ET RÉSISTANCE ULTIME D'UN BÉTON
SOUS ÉTAT DE CONTRAINTE TRIAXIAL

soutenue le 5 mai 1970 devant la Commission d'Examen

MM. SIESTRUNCK Président
VICHNIEVSKY } Examineurs
L'HERMITE }

RÉSUMÉ

Ce mémoire décrit et analyse les mesures faites par le Centre d'Études Scientifiques et Techniques (C.E.S.T. — Grenoble) pour la Compagnie Industrielle de Travaux (CITRA-Paris) en 1968-1969 sur des éprouvettes cubiques de béton afin d'étudier la déformabilité sous les contraintes de compression de service et la résistance à la rupture, des parois épaisses en béton que comportent les caissons de réacteurs nucléaires.

La déformabilité (module d'Young, coefficient de Poisson) a été étudiée jusqu'à 500 bars dans les trois directions principales sur des cubes de 140 mm d'arête à 20, 40 et 60° C. La résistance ultime et le processus de rupture sous contraintes pluri-axiales ont été étudiés sur des cubes de 70 mm d'arête jusqu'à 2 000 bars dans les 3 directions, avec la même machine d'essais construite spécialement.

Les éprouvettes ont été bétonnées avec les mêmes matériaux que les deux maquettes au cinquième de caisson Bugey I construites à Chinon : ciment CPAC 325, gravier silico-calcaire de 15 mm maximum, mais avec deux dosages différents, la résistance nominale en monoaxial à 28 jours variant en conséquence de 300 à 450 bars.

ZUSAMMENFASSUNG

Der vorliegende Bericht beschreibt und untersucht die vom „wissenschaftlich-technischen Studienzentrum“ (C.E.S.T.) in Grenoble für die „Compagnie Industrielle de Travaux“ in Paris, in den Jahren 1968-1969 an Betonwürfeln durchgeführten Messungen, zum Studium der Verformbarkeit unter gegebenen Druckbeanspruchungen sowie der Bruchfestigkeit von starken Betonwandungen, wie sie in den Druckbehälter von Kernreaktoren vorkommen.

Die Verformbarkeit (Elastizitätsmodul, Poissonsche Konstante) wurde bis zu einem Druck von 500 Bar in den drei Hauptrichtungen an Würfeln von 140 mm Kantenlänge, bei 20, 40 und 60° C untersucht. Die Bruchfestigkeit und der Bruchvorgang unter mehrachsigen Beanspruchungen wurden an Würfeln von 70 mm Kantenlänge, in den 3 Richtungen, bis zu 2 000 Bar mit derselben, eigens für diese Versuche konstruierten Prüfmaschine untersucht.

Die Prüfkörper wurden aus demselben Material hergestellt, wie die beiden auf 1/5 verkleinerten Modelle des Druckbehälter von Bugey I in Chinon, d.h. aus CPAC-Zement 325, Kalksand-Betonkies von höchstens 15 mm, jedoch mit zwei verschiedenen Dosierungen, wobei die Nennfestigkeit bei einachsigem Druck, dementsprechend, in 28 Tagen sich von 300 auf 450 Bar veränderte.

SUMMARY

The present paper describes and analyzes the measurements made by the Centre d'Études Scientifiques et Techniques (C.E.S.T. — Grenoble) for the Compagnie Industrielle de Travaux (CITRA — Paris) in 1968-1969 on cubical specimens of concrete with a view to studying the deformability under service compression stresses and the failure strength of the thick concrete walls used in nuclear reactor caissons.

The deformability (Young's modulus, Poisson's ratio) was studied up to 500 bars in the three principal directions on cubes having 140 mm sides at 20, 40 and 60° C. The ultimate strength and the failure mechanism under pluri-axial stresses were studied on cubes having 70 mm sides up to 2,000 bars in all 3 directions, with the same specially built testing machine.

The specimens were concreted with the same materials as the 2 1/5-scale models of the Bugey I caisson built in Chinon: CPAC 325 cement, silico-calcareous gravel having a maximum grain size of 16 mm, but with two different batchings, the nominal strength in monoaxial at 28 days varying in consequence from 300 to 450 bars.

RESUMEN

En esta memoria se describen y analizan las medidas efectuadas por el Centre d'Études Scientifiques et Techniques (C.E.S.T. — Grenoble), para la Compagnie Industrielle de Travaux (CITRA — Paris) en 1968 y 1969, sobre probetas cúbicas de hormigón con objeto de estudiar la deformabilidad, una vez sometidas a esfuerzos de compresión de servicio y la resistencia a la ruptura, de las paredes espesas de hormigón que componen los recintos de los reactores nucleares.

La deformabilidad (módulo de Young, coeficiente de Poisson) ha sido estudiada hasta 500 bares en las tres direcciones principales sobre probetas cúbicas de 140 mm de lado, a 20, 40 y 60° C. La resistencia final y el proceso de ruptura bajo esfuerzos pluri-axiales han sido estudiadas a su vez tomando probetas cúbicas de 70 mm de lado, hasta 2 000 bares, en las tres direcciones, con la misma máquina de pruebas que ha sido construida especialmente para este efecto.

Las probetas proceden de los mismos hormigones que aquellos que han servido para las dos maquetas de escala 1/5 del recinto nuclear de Bugey I, que se han construido en Chinon : cemento CPAC 325, grava silicocalcárea de 15 mm máximo, pero con dos dosis diferentes, variando en consecuencia de 300 a 450 bares la resistencia nominal en monoaxial a los 28 días.

Les thèses et la méthode d'exposition adoptées par les auteurs peuvent parfois heurter certains points de vue habituellement admis. Mais il doit être compris que ces thèses, à l'égard desquelles l'Institut Technique ne saurait prendre parti, ne visent en rien les personnes ni le principe des Institutions.



DÉFORMATION ET RÉSISTANCE ULTIME DU BÉTON SOUS ÉTREINTE TRIAXIALE

par P. LAUNAY, H. GACHON, P. POITEVIN

1. INTRODUCTION

L'étude et la construction des caissons en béton précontraint pour réacteurs nucléaires a bien souvent amené les ingénieurs responsables de la conception de ces structures nouvelles à imaginer de nouveaux modes de calcul rendus possibles par l'utilisation des ordinateurs et à examiner le bien fondé des hypothèses prises en compte dans les règlements en vigueur.

En effet, en l'absence de réglementation spécifique il a été fait le plus souvent appel au règlement du béton précontraint et aux circulaires en tenant précédemment lieu qui avaient été établies essentiellement pour la construction des ponts.

Le domaine de sécurité du béton est défini dans ces instructions dans le plan du cercle de Mohr par une représentation analytique d'une courbe homothétique d'une courbe intrinsèque, définie par M. CAQUOT dès novembre 1930.

Cette représentation du domaine de sécurité fort commode a été largement utilisée dans les problèmes plans.

Elle est apparue cependant insuffisante pour les structures épaisses où les sollicitations suivant les trois directions principales peuvent atteindre des valeurs comparables et élevées en valeur absolue. Aussi la littérature technique abonde-t-elle en articles publiés sur ce sujet à partir de 1960.

Confrontés avec la mise au point du projet du caisson en béton précontraint pour le réacteur de la centrale nucléaire de BUGEY I nous avons éprouvé dès 1964 le souci de définir expérimentalement le domaine de sécurité du béton utilisé pour la construction du caisson.

Profitant d'une étude très complète de mise au point de ce béton (résistance et déformation monoaxiales, caractéristiques thermiques, fluage) et de l'étude de son comportement dans les deux maquettes au 1/5

réalisées à CHINON, nous avons retenu sa composition pour engager un programme de recherche fondamentale sur son comportement sous étreinte triaxiale.

Nous nous sommes adressés au laboratoire du Centre d'Études Scientifiques et Techniques de Grenoble (C.E.S.T.) déjà familiarisé avec l'étude des bétons pour les caissons nucléaires et nous lui avons demandé en 1966 d'étudier et de faire construire une machine triaxiale.

Nous tenions essentiellement à examiner l'effet de la contrainte intermédiaire compte tenu du fait que dans un caisson les trois contraintes principales parcourent pratiquement toutes les valeurs du domaine de sécurité. Ceci excluait l'expérimentation sur éprouvettes cylindriques, mais augmentait singulièrement les difficultés technologiques. Il fallait en particulier éviter l'effet de freinage dû aux plateaux des presses. On verra plus loin comment ce problème fut résolu grâce à la ténacité de l'équipe de M. Verit sous la direction du Professeur Berthier.

La machine fut mise en service en 1967 et le programme d'essais aussitôt entrepris.

Il comportait :

1. la mesure des déformations sur cubes de 14 cm d'arête soumis à des contraintes de compression allant jusqu'à 500 bars et ceci avec des rapports quelconques entre les forces exercées et en faisant varier les charges suivant un programme donné.

2. la détermination de la résistance à la rupture en triple étreinte avec des efforts unitaires pouvant atteindre 2 000 bars sur cubes de 7 cm d'arête avec possibilité de charger simultanément avec des rapports quelconques entre les forces.

3. La détermination de la résistance à la rupture en triple étreinte en température jusqu'à 80° C.

Ce programme a été achevé en juin 1969. Ce sont les résultats obtenus qui font l'objet de la présente communication.

Un programme complémentaire prenant en compte notamment la traction suivant une direction a été engagé depuis cette date dans le cadre de recherches générales confiées par l'Électricité de France (E.D.F.) et le Commissariat à l'Énergie Atomique (C.E.A.) à la S.E.C.N. (1).

(1) S.E.C.N. — SOCIÉTÉ D'ÉTUDES des CAISSONS NUCLÉAIRES formée par les Entreprises suivantes :

— SOCIÉTÉ DES GRANDS TRAVAUX DE MARSEILLE.
— SOCIÉTÉ GÉNÉRALE D'ENTREPRISES.
— ENTREPRISES CAMPENON BERNARD.
— COMPAGNIE INDUSTRIELLE DE TRAVAUX.

2. DESCRIPTION DE LA MACHINE D'ESSAI TRIAXIALE

2.1. Dispositions générales.

Deux principes ont été adoptés en accord avec le C.E.S.T. pour la conception de la machine :

1. les trois presses doivent impérativement suivre l'éprouvette pendant ses déformations, ce qui a conduit à éliminer le trièdre en charpente rigide au profit d'un système souple utilisant des barres de précontrainte et des rotules,

2. les mesures de déformation sont faites suivant les trois axes principaux de l'éprouvette et non pas sur la peau.

La machine comporte trois dispositifs élémentaires orthogonaux composés chacun (fig. 1, 2, 3 et 4) :

- d'un vérin,
- de quatre colonnes $\varnothing 26$,
- d'un sommier.

Ce dispositif est supporté par un bâti en forme de table.

L'éprouvette cubique dont l'axe d'orthotropie coïncidant avec l'axe de coulée est vertical, est serrée suivant chacun de ses axes horizontaux entre deux plateaux en acier dur rectifié appuyés par une rotule sphérique, l'un sur le piston du vérin correspondant, l'autre sur un sommier relié au corps du vérin par quatre barres $\varnothing 26$.

Suivant la direction verticale, l'éprouvette repose sur un sommier plan qui constitue la surface de référence et qui est fixé sur le plateau du bâti par les colonnes $\varnothing 26$. Le vérin correspondant est en position supérieure, relié au sommier inférieur par les colonnes, son piston appuie sur l'éprouvette par l'intermédiaire d'un plateau à rotule sphérique.

L'éprouvette est donc pratiquement libre : les cinq rotules permettant de pallier les défauts de parallélisme ou d'orthogonalité de ses faces ; les deux ensembles

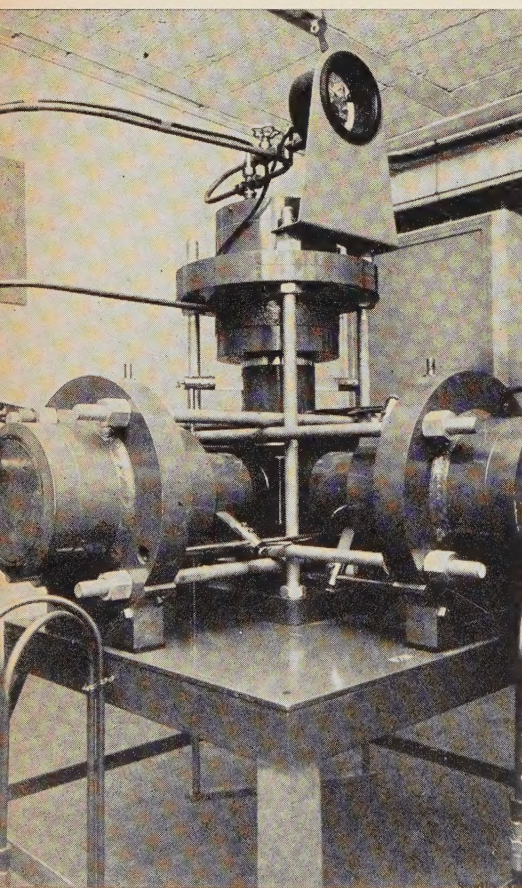
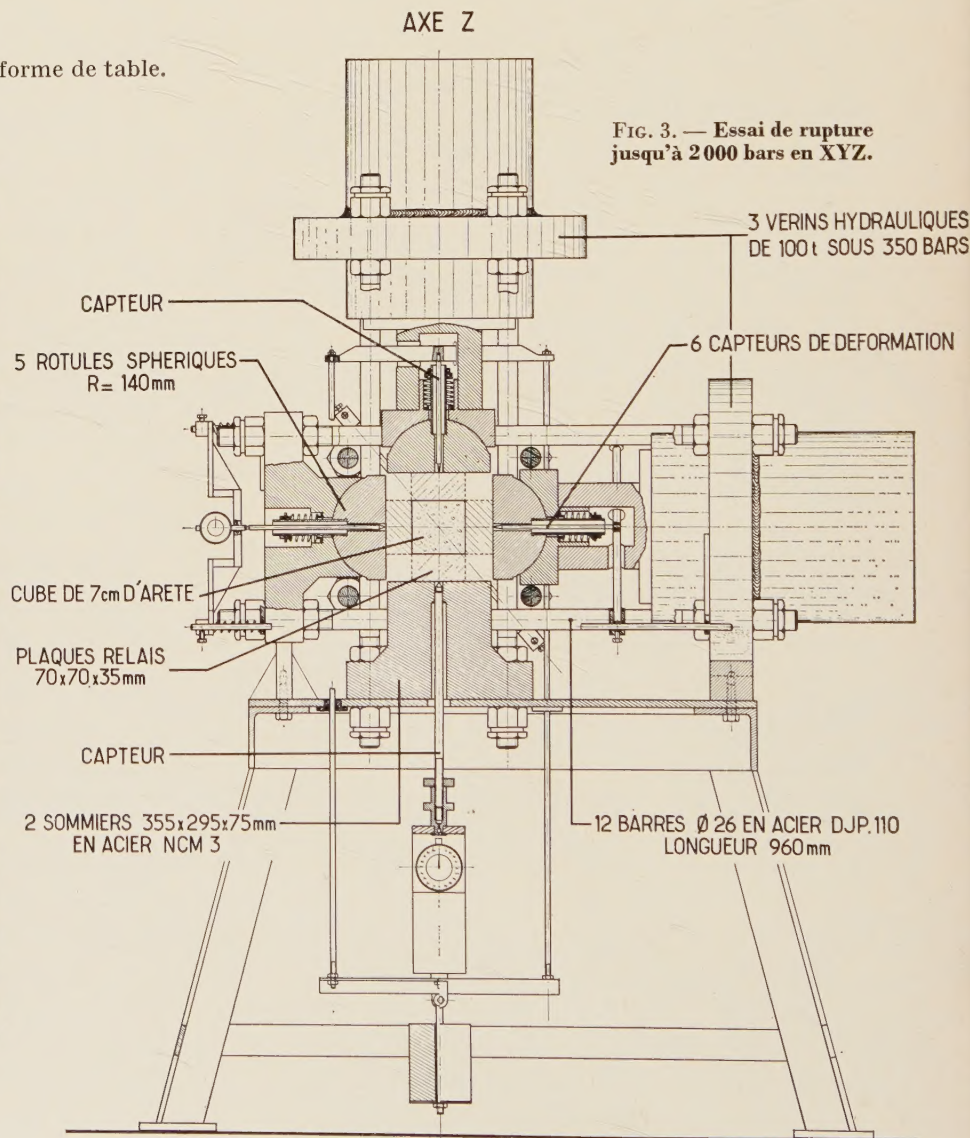


FIG. 1.



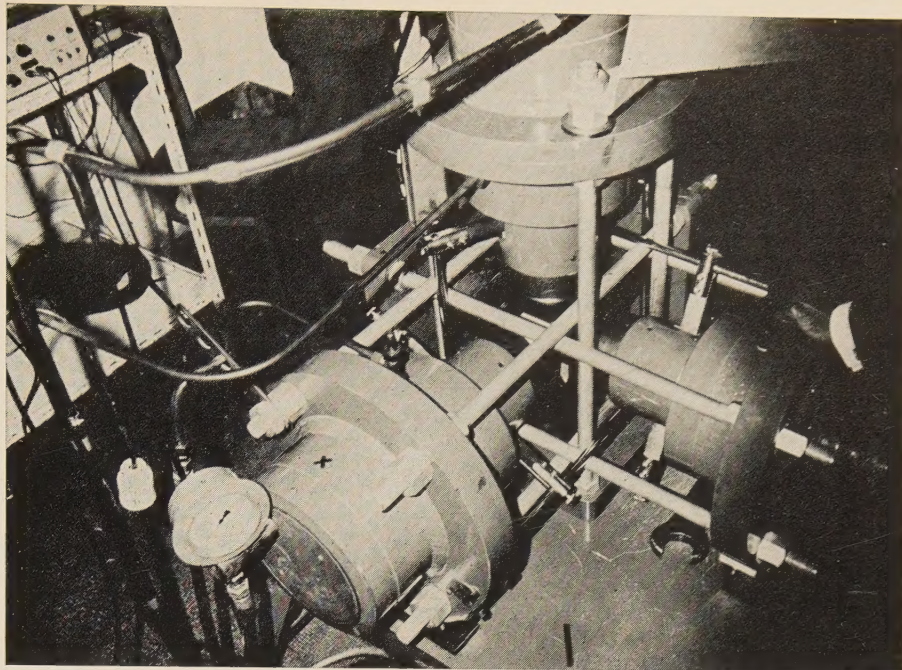


FIG. 2.

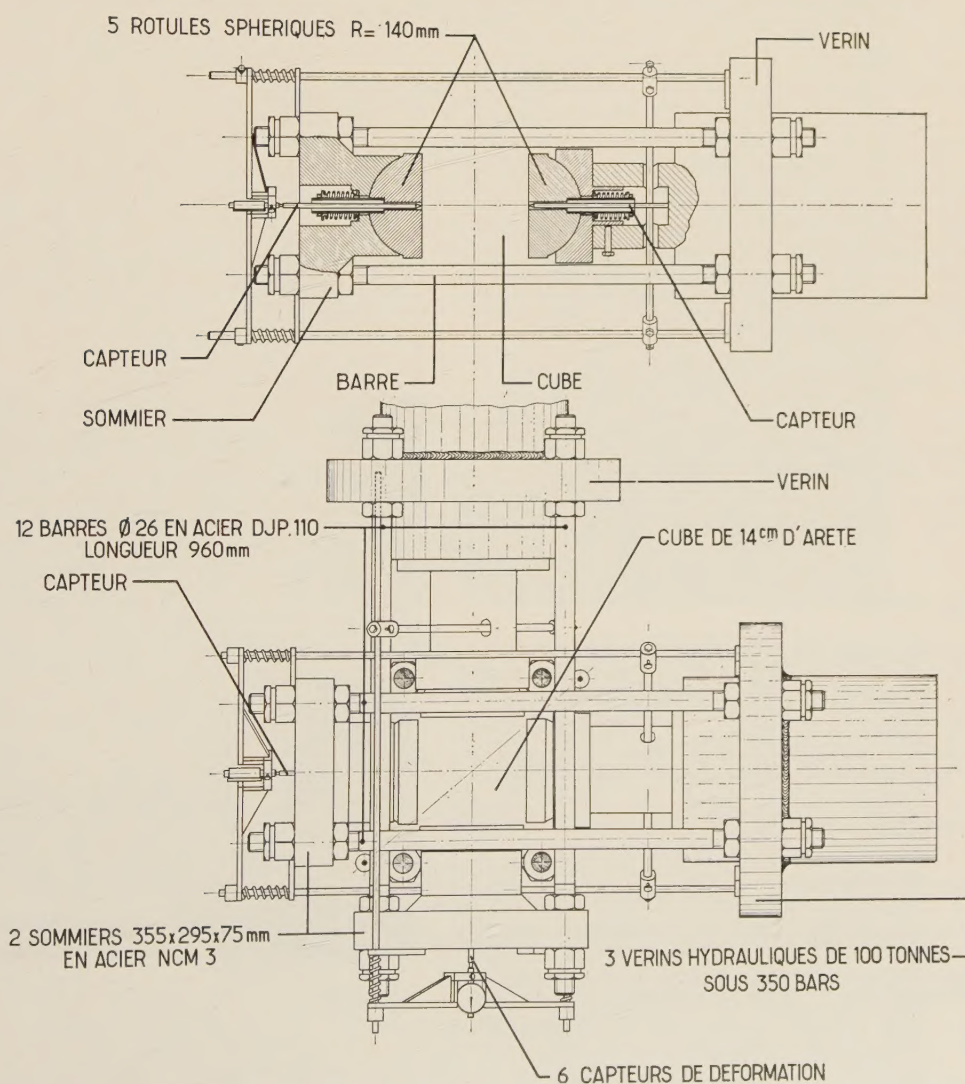


FIG. 4. — Essai de déformation jusqu'à 500 bars en XYZ.

horizontaux reposant sur des appuis solidaires du plateau mais munis d'un film de Téflon pour permettre le glissement. Le vérin reposant par sa bride est solidarisé par une vis-guide traversant une lumière sur son appui par mesure de sécurité; il n'est donc pas fixé dessus.

2.2. Vérins.

Ce sont des vérins à double effet permettant d'exercer 100 t en compression et 35 t en traction, ils sont alimentés sous 350 bars afin de réduire leur dimension transversale, leur course maximale est de 50 mm.

2.3. Circuit hydraulique.

Il est alimenté par un groupe moto-pompe à commande manuelle dont le débit a été réduit de 2 l/mn à 0,12 l/mn, les essais rapides ne présentant pas d'intérêt pour la recherche envisagée. S'il permet le maintien des charges, il ne permet que des montées en charge faibles par palier, un vérin après l'autre.

2.4. Colonnes.

Ce sont des barres rondes en acier DJP 110 laminées par CAFL pour être utilisées dans le procédé de précontrainte Cibarre ($TG = 88 \text{ kg/mm}^2$, $RG = 108 \text{ kg/mm}^2$). Chaque colonne de 26 mm de diamètre et de 960 mm de long est filetée à chaque extrémité sur 190 mm (filetée par moletage à froid).

Sous charge maximale, la contrainte de traction dans les barres atteint 47 kg/mm^2 , soit une déformation relative de 22×10^{-4} ; la raideur des presses à colonne usuelles est généralement plus importante, leur déformation sous charge maximale dépassant rarement 15×10^{-4} . La superposition des trois presses orthogonales sur une même éprouvette ne permettrait pas ici d'utiliser des barres de grande section. La déformabilité de la machine qui en résulte est toutefois sans conséquence sur la mesure des déformations.

2.5. Plateaux à rotule.

Construites en acier dur, rectifiées et polies, ces rotules sphériques massives de 140 mm de rayon de courbure sont lubrifiées au bisulfure de molybdène.

Ces plateaux sont percés suivant leur axe afin de permettre à la tige du capteur d'atteindre l'éprouvette (fig. 5).

2.6. Mesure des charges.

Chaque vérin est équipé d'un manomètre $\varnothing 100 \text{ mm}$ gradué de 0 à 400 bars, et le groupe hydraulique d'un manomètre $\varnothing 180 \text{ mm}$ sur lequel on suit normalement la montée en charge.

Par ailleurs les colonnes équipées de jauges électriques peuvent être transformées en capteurs dynamométriques.

Les charges sont ainsi déterminées à 1 % près.

2.7. Mesure des déformations.

Chacun des trois éléments de chargement est équipé d'un cadre de mesure dont les deux traverses pénètrent dans le sommier d'appui de chaque rotule et portent la tige axiale qui traverse le plateau d'appui et vient au

contact de l'éprouvette. Pour les petites déformations on lit les indications des capteurs capacitifs sur un amplificateur enregistreur (fig. 6), il y a :

- un capteur pour la plage inférieure à 80μ ;
- deux capteurs pour la plage inférieure à 200μ ;
- un capteur pour la plage inférieure à 400μ .

La précision de ces capteurs est supérieure au centième de leur course.

Pour les grandes déformations, on utilise trois comparateurs mécaniques sensibles au micron et de course 4 mm.

2.8. Mise en place de l'éprouvette (fig. 7).

Le cube ayant ses faces repérées, on place les tiges de mesure dans les plateaux d'appui. On enlève l'un des sommiers d'appui horizontaux et l'on place le cube sur le sommier inférieur dépourvu de rotule. Après l'avoir centré, on le maintient en position en le comprimant légèrement avec le vérin vertical.

On amène alors en place, à la main, la plaque d'appui de l'élément horizontal non démontée et l'on serre légèrement le cube sans le déplacer. On remonte alors la plaque d'appui du deuxième élément horizontal et l'on procède de même.

2.9. Utilisation de cubes de 7 cm.

Afin de pouvoir atteindre les contraintes suffisantes, pour provoquer la rupture sous triple étreinte (fig. 7 bis) on doit utiliser des cubes de 7 cm d'arête. Pour cela on place entre les plateaux et l'éprouvette des cales en acier dur traité et rectifiées de $70 \times 70 \times 35 \text{ mm}$. En utilisant des cales semblables comportant un chauffage par résistance on a pu procéder à des essais de rupture jusqu'à 80°C .

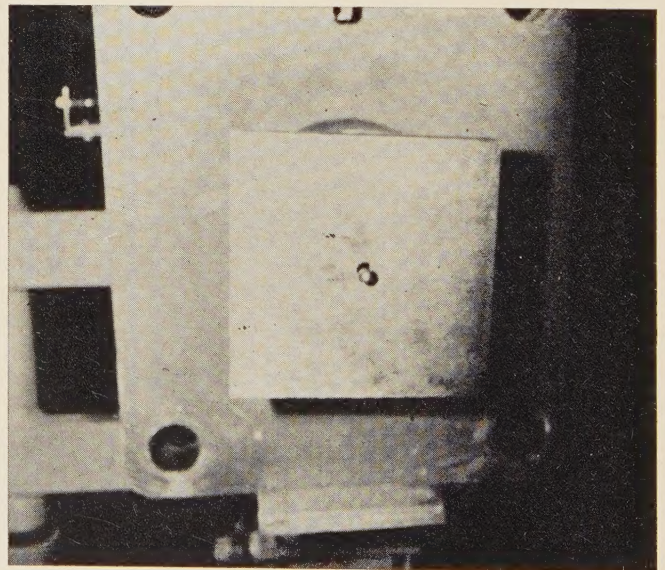


FIG. 5.

FIG. 6.

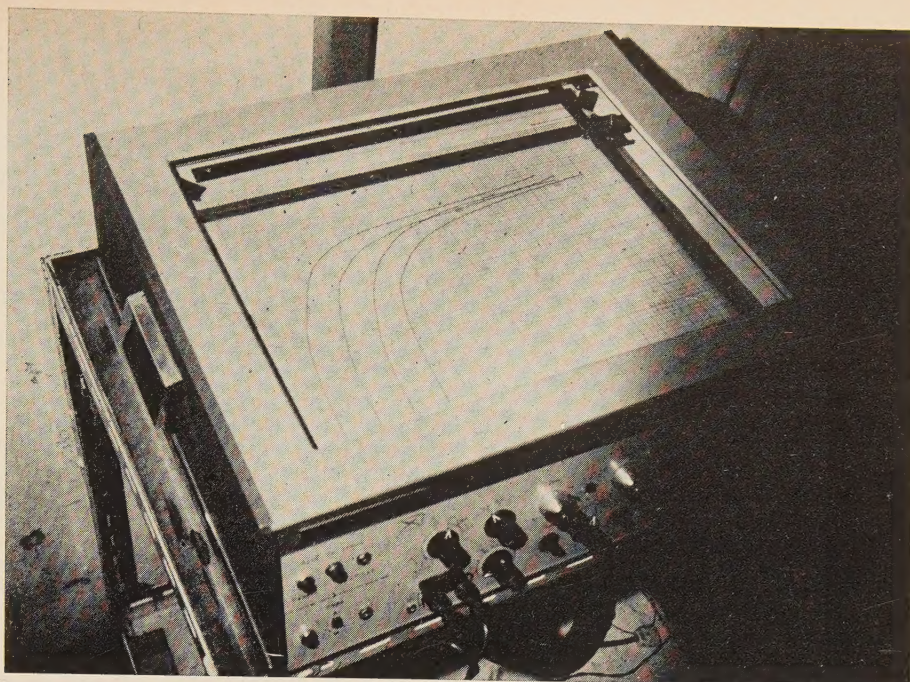


FIG. 7.

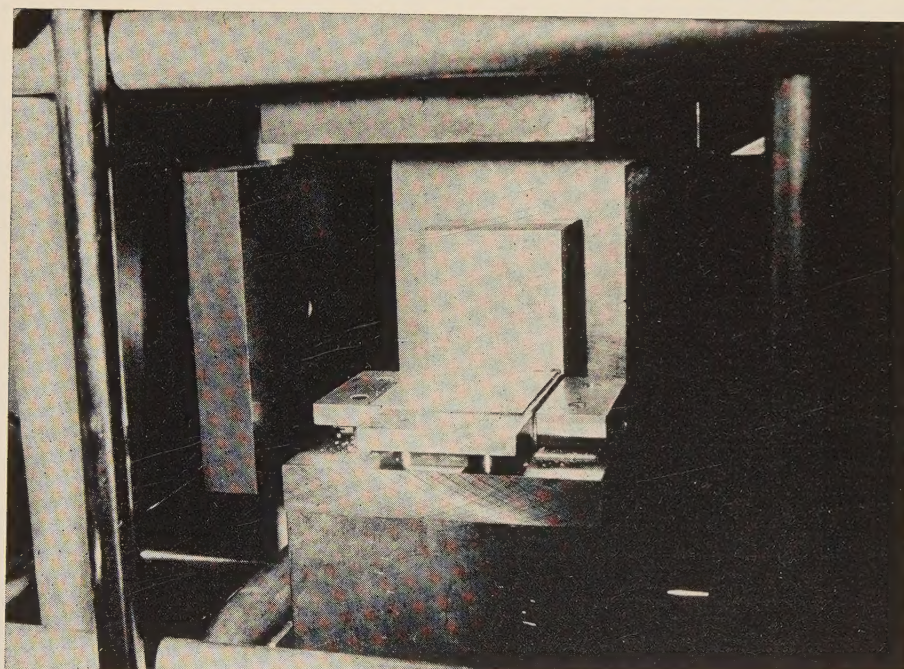
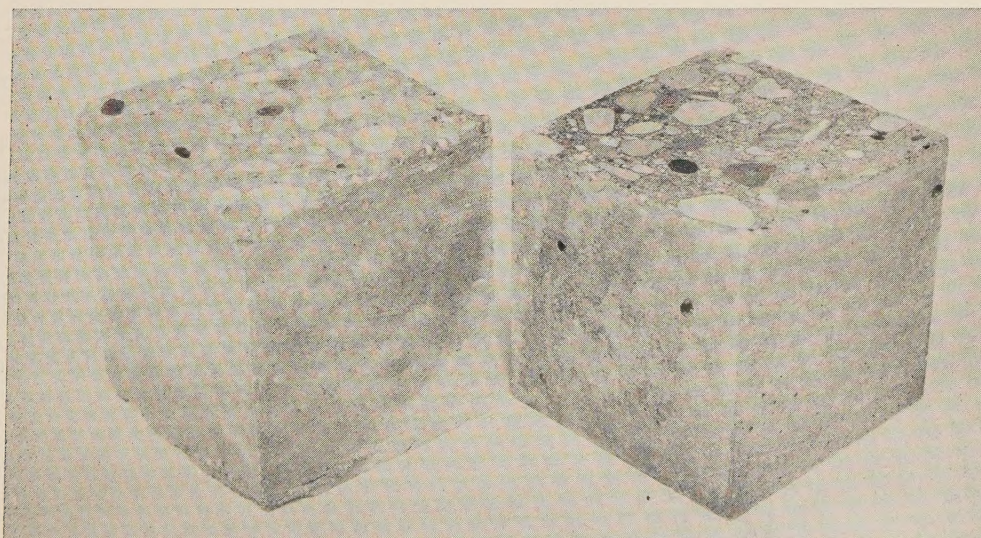


FIG. 7 bis.



3. ÉTUDE DE LA DÉFORMATION DU BÉTON SOUS CHARGEMENT PROGRESSIF ET LENT DE COURTE DURÉE DANS UN ÉTAT DE COMPRESSION VARIABLE IMPOSÉ SUIVANT TROIS DIRECTIONS RECTANGULAIRES

3.1. Nature du béton.

Le béton étudié est un R 5/400.

Composition granulométrique (granulats de Meximieux (Ain) par m³ serré en place :

— gravier roulé 4/15	1 156 kg
— sable roulé 0/5	647 kg
Ciment CPAC Val d'Azergues	400 kg
— eau	150 kg
Teneur en — Pozzolith n° 8	0,8 kg

3.2. Définition de l'éprouvette.

L'éprouvette d'essai est un cube de 140 mm d'arête, coulé dans un moule en acier dur à parois épaisses et rectifiées avec une grande précision. Seule la face libre du cube est rectifiée après démoulage.

L'âge du béton au moment de l'essai est de 28 jours ou de 90 jours.

Le mode d'élaboration et de conservation se déroule comme suit :

— après la coulée dans le moule : l'éprouvette est conservée 24 h dans le moule couvert avec une feuille de plastique ;

— après le démoulage : l'éprouvette est mise 7 jours dans l'eau à 20° C, à l'issue desquels, elle est rectifiée sur la face qui n'a pas été au contact des parois du moule ;

— après usinage et jusqu'au moment de l'essai : l'éprouvette est conservée dans un sac de polyéthylène à 20° C.

3.3. Dispositif d'appuis.

Les faces de l'éprouvette ne sont pas au contact direct des plateaux de la presse. Pour atténuer au maximum les effets de freinage de ces plateaux sur l'éprouvette, un empilement de quatre feuilles d'aluminium de 4/10 mm talquées sur les deux faces est interposé entre chaque plateau et la paroi correspondante de l'éprouvette. Une longue série d'essais préliminaires a permis de mettre au point ce dispositif d'appuis. Ces essais ont consisté à utiliser différents systèmes d'appuis sur un grand nombre d'éprouvettes en comparant les informations données en compression uniaxiale par le système de mesure des déformations utilisé sur la machine d'essais, à celles observées dans un essai classique sur cylindres de diamètre : 160 mm et de hauteur 320 mm. Le système retenu a permis d'obtenir des déformations semblables et des résistances à la rupture comparables dans les deux cas.

3.4. Principe des essais.

L'éprouvette est soumise suivant chacun de ses trois axes orthogonaux à une compression pouvant atteindre 500 bars. Faisant abstraction de l'hétérogénéité du béton,

nous pouvons admettre que l'effet répartiteur des plateaux de la presse et des dispositifs d'appuis favorise le développement dans l'éprouvette d'un champ moyen de déformation homogène.

Les déformations sont mesurées suivant ces mêmes axes par des capteurs de déplacement dont les palpeurs viennent au contact direct de la paroi de l'éprouvette. Ces capteurs sont à variation de capacité, leur précision est de 1/100 de leur course, leurs sensibilité et fidélité sont très grandes. Leurs informations peuvent être enregistrées.

Le principe des essais est de mesurer sur l'éprouvette, à partir de différents niveaux et pour différents états de chargement, la variation des composantes de la déformation globale apparente du cube correspondant à un accroissement imposé des composantes de chargement. Il est bien évident que, du fait de l'hétérogénéité du milieu, nous ne pouvons parler que de tenseur moyen des contraintes et de tenseur moyen des déformations. La distribution réelle des déformations et la distribution réelle des contraintes suivant un axe s'écarteront d'autant plus de leur valeur moyenne respective que l'hétérogénéité du matériau sera plus grande.

Si (A) est l'aire de la section droite du cube et si (a) est la longueur de son arête, ce que nous imposons est un accroissement de la force exercée par chaque vérin :

$$(3,1) \quad \Delta F = \iint_A \Delta \sigma^* dA$$

ce que nous mesurons est la variation du déplacement relatif de deux faces opposées du cube :

$$(3,2) \quad \Delta a = \int_0^a \Delta \varepsilon^* dx$$

$\Delta \sigma^*$ et $\Delta \varepsilon^*$ sont les accroissements des contraintes et des déformations réelles existant dans le milieu. Il est pratiquement impossible de connaître le champ réel des contraintes et des déformations dans un milieu hétérogène tel que le béton. Nous pouvons seulement évaluer son état moyen. Pour cela, nous supposons que le milieu est statistiquement homogène, c'est-à-dire que son degré d'hétérogénéité est uniformément distribué dans le volume de l'éprouvette.

Nous notons :

$$(3,3) \quad \Delta \sigma = \frac{\Delta F}{A}$$

et

$$(3,4) \quad \Delta \varepsilon = \frac{\Delta a}{a}$$

$\Delta \sigma$ et $\Delta \varepsilon$ sont les accroissements moyens des contraintes et des déformations moyennes existant dans le milieu. Retrouver le degré d'hétérogénéité d'un matériau d'une structure réelle conditionne le choix des dimensions de l'éprouvette. Ainsi, nous supposons que, dans un cube élémentaire de 140 mm d'arête constitué d'un béton dont les gros grains passent à la maille de 15 mm, cette homogénéité statistique est réalisée. Le comportement mécanique du béton dans un pareil essai, peut alors être

défini à partir d'un certain nombre de paramètres qui sont les éléments de la matrice du tenseur de complaisance du matériau.

Dans le cas d'un matériau orthotrope en phase élastique linéaire, soumis à un état de contraintes quelconque, la relation qui lie les déformations aux contraintes s'établit sous forme matricielle comme suit :

$$(3,5) \quad \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} \\ \varepsilon_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{12}}{E_2} & -\frac{\nu_{13}}{E_3} & & & \\ -\frac{\nu_{21}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & -\frac{\nu_{23}}{E_3} & & & \\ -\frac{\nu_{31}}{E_1} & -\frac{\nu_{32}}{E_2} & \frac{1}{E_3} & & & \\ & & & \frac{1}{G_{23}} & & \\ & & & & \frac{1}{G_{31}} & \\ & & & & & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{31} \\ \sigma_{12} \end{bmatrix} \quad [0]$$

ε : éléments du tenseur déformation

σ : éléments du tenseur contrainte.

La matrice carrée des coefficients est appelée matrice de complaisance. Par application du principe de réciprocité, il est facile de montrer que cette matrice est symétrique, auquel cas, nous avons :

$$(3,6) \quad \frac{\nu_{kl}}{E_l} = \frac{\nu_{lk}}{E_k}$$

Dans un essai de compression triaxiale, nous ne pouvons mesurer que des déformations axiales engendrées par des contraintes principales. Si les directions d'orthotropie coïncident avec les axes de chargement, la relation précédente se réduit à :

$$(3,7) \quad \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{12}}{E_2} & -\frac{\nu_{13}}{E_3} \\ -\frac{\nu_{21}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & -\frac{\nu_{23}}{E_3} \\ -\frac{\nu_{31}}{E_1} & -\frac{\nu_{32}}{E_2} & \frac{1}{E_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \end{bmatrix}$$

Nous pouvons alors remarquer que seuls les facteurs contenus dans la matrice carrée peuvent être définis dans un pareil essai.

Pour obtenir la valeur des facteurs $\frac{1}{G_{kl}}$, il convient en plus des essais précédents, d'expérimenter des cubes dont les axes d'orthotropie ne coïncident pas avec les axes de chargement.

Dans l'état actuel de nos essais, nous n'avons abordé que les cas où les directions d'orthotropie et de chargement étaient confondues. De plus, du fait de l'existence d'une direction préférentielle de coulée du béton, le matériau présente une orthotropie cylindrique à axe

vertical que nous confondons avec l'axe des (Z) (soit σ_3) et nous pouvons écrire :

$$(3,8) \quad \begin{cases} \frac{\nu_{13}}{E_3} = \frac{\nu_{23}}{E_3} \\ \frac{1}{E_1} = \frac{1}{E_2} \\ \frac{\nu_{12}}{E_2} = \frac{\nu_{21}}{E_1} \\ \frac{\nu_{31}}{E_1} = \frac{\nu_{32}}{E_2} \end{cases}$$

Il convient de noter qu'au-delà d'un certain niveau de chargement, il y a dégradation des propriétés mécaniques du matériau, ce qui élimine toute réversibilité du processus et toute symétrie dans le comportement du matériau si le tenseur de chargement n'est pas cylindrique à axe vertical. Ainsi les relations précédentes ne sont plus valables.

Dans la mesure où les accroissements $\Delta\sigma$ restent petits et où les variations $\Delta\varepsilon$ sont appréciées avec suffisamment de précisions nous pouvons transformer la relation (3, 7) comme suit :

$$(3,9) \quad \begin{bmatrix} \Delta\varepsilon_1 \\ \Delta\varepsilon_2 \\ \Delta\varepsilon_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{12}}{E_2} & -\frac{\nu_{13}}{E_3} \\ -\frac{\nu_{21}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & -\frac{\nu_{23}}{E_3} \\ -\frac{\nu_{31}}{E_1} & -\frac{\nu_{32}}{E_2} & \frac{1}{E_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\sigma_1 \\ \Delta\sigma_2 \\ \Delta\sigma_3 \end{bmatrix}$$

et suivre l'évolution des différents éléments de la matrice de complaisance à chaque niveau des différents états du tenseur contrainte pour un chemin de chargement donné.

C'est ainsi que nos mesures ont porté essentiellement sur l'observation des accroissements des trois composantes de déformation engendrées respectivement par les accroissements imposés de chaque composante de contrainte. Nous avons mesuré :

$$\begin{aligned} &(\Delta\varepsilon_1)\Delta\bar{\sigma}_1, \quad (\Delta\varepsilon_1)\Delta\bar{\sigma}_2, \quad (\Delta\varepsilon_1)\Delta\bar{\sigma}_3 \\ &(\Delta\varepsilon_2)\Delta\bar{\sigma}_1, \quad (\Delta\varepsilon_2)\Delta\bar{\sigma}_2, \quad (\Delta\varepsilon_2)\Delta\bar{\sigma}_3 \\ &(\Delta\varepsilon_3)\Delta\bar{\sigma}_1, \quad (\Delta\varepsilon_3)\Delta\bar{\sigma}_2, \quad (\Delta\varepsilon_3)\Delta\bar{\sigma}_3 \end{aligned}$$

Les accroissements $\Delta\bar{\sigma}_i$ avaient une valeur de 25 bars. A partir d'un état de chargement caractérisé par le tenseur : $\bar{\sigma}(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$ les accroissements étaient établis dans l'ordre suivant :

Première étape : $\bar{\sigma}(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3 + \Delta\sigma_3)$.

Deuxième étape : $\bar{\sigma}(\sigma_1, \sigma_2 + \Delta\sigma_2, \sigma_3 + \Delta\sigma_3)$.

Troisième étape : $\bar{\sigma}(\sigma_1 + \Delta\sigma_1, \sigma_2 + \Delta\sigma_2, \sigma_3 + \Delta\sigma_3)$.

Nous imposons à σ_1 et à σ_2 , dans chaque essai, une valeur limite $\bar{\sigma}_1$ et $\bar{\sigma}_2$. Ces valeurs ont été choisies égales à 50 bars, 100 bars, 150 bars, 200 bars, 250 bars, 300 bars, 350 bars et 400 bars. La contrainte σ_3 a toujours été limitée à 500 bars. Ces essais ont été notés :

$$(3,11) \quad \bar{\sigma}(\bar{\sigma}_1, \bar{\sigma}_2, \sigma_3)$$

par exemple : $\bar{\sigma}(50, 150, \sigma_3)$.

3.5. Résultats d'essais.

Ces résultats sont partiellement présentés sur les graphiques (fig. 8 à fig. 16). Les courbes contraintes-déformations $[\sigma_3 - (\varepsilon_3)_{\sigma_3}]$, $\sigma_3 - (\varepsilon_2)_{\sigma_3}$, $\sigma_3 - (\varepsilon_1)_{\sigma_3}$ sont tracées pour différents états du tenseur contrainte.

Les diagrammes montrent l'évolution des modules sécants de déformation $E_3 = \frac{\sigma_3}{(\varepsilon_3)_{\sigma_3}}$ et des coefficients de Poisson :

$$\nu_{13} = - \frac{(\varepsilon_1)_{\sigma_3}}{(\varepsilon_3)_{\sigma_3}} \quad \text{et} \quad \nu_{23} = - \frac{(\varepsilon_2)_{\sigma_3}}{(\varepsilon_3)_{\sigma_3}}$$

sont établis à partir de ces courbes et ont été groupés en fonction de l'état de sollicitation de l'éprouvette :

- Sollicitation biaxiale : $\bar{\sigma} (0, \sigma_2, \sigma_3)$.
- Sollicitation à tenseur cylindrique : $\bar{\sigma} (\sigma_1 = \sigma_2, \sigma_3)$.
- Sollicitation à tenseur quelconque : $\bar{\sigma} (\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$

avec : $\sigma_1 \leq \sigma_2 < \sigma_3 \leq 500$ bars.

Notons que le béton R 5-400 possède une résistance en compression simple mesurée sur cube de 140 mm d'arête à 28 jours d'environ 600 bars.

Remarquons :

3.51. — la bonne linéarité, dans la majeure partie des cas, des courbes $[\sigma_3 - (\varepsilon_3)_{\sigma_3}]$. Ce qui se traduit par un module sécant de déformation (E_3) variant peu en fonction de la contrainte σ_3 pour un état de sollicitation imposé. Et ce, jusqu'à des limites de σ_3 allant de 350 bars à 500 bars.

3.52. — la faible incidence de l'étreinte latérale, en tenseur de contrainte cylindrique, sur la valeur et l'évolution du module sécant de déformation longitudinale (E_3) et ce, pour des états de contraintes latérales ($\sigma_1 = \sigma_2$) allant de 0 à 400 bars.

On peut difficilement prouver qu'il existe un taux de raffermissement du module sécant E_3 en fonction de l'étreinte latérale tout au moins pour les faibles valeurs de σ_3 .

3.53. — La constance du coefficient de Poisson ν_{23} :

$$\nu_{23} = 0,20 \text{ en moyenne}$$

quel que soit l'état de contraintes latérales

($\sigma_1 \leq \sigma_2 \leq 400$ bars) et pour toutes les valeurs de ($\sigma_3 \leq 500$ bars).

3.54. — La grande divergence du coefficient de Poisson ν_{13} :

a) lorsque $\sigma_1 = \sigma_2$, $\nu_{13} = \nu_{23} = 0,20$ en moyenne quelle que soit la valeur de σ_3 ;

b) lorsque $\sigma_1 < \sigma_2$, $\nu_{13} > \nu_{23}$;

• pour $\bar{\sigma}_1 = 0$, ν_{13} croît progressivement de 0,20 à 0,40 avec σ_3 et sa variation dépend de σ_2 , puis se maintient à 0,40 jusqu'à $\sigma_3 = 500$ bars,

• pour $\bar{\sigma}_1 = 100$ bars, $\nu_{13} = \nu_{23}$ tant que le tenseur contrainte reste sphérique. Lorsque σ_2 et σ_3 deviennent supérieures à $\bar{\sigma}_1$, les valeurs de ν_{13} et ν_{23} divergent ($\nu_{13} > \nu_{23}$). Nous observons d'une part, un raffermissement du matériau suivant la contrainte principale intermédiaire σ_2 et une stabilisation de ν_{23} à environ 0,20, d'autre part un affaiblissement du matériau suivant σ_1 et ν_{13} croît et se maintient aux environs de 0,30.

SOUS TENSEUR $\bar{\sigma} (0,0,\sigma_3)$

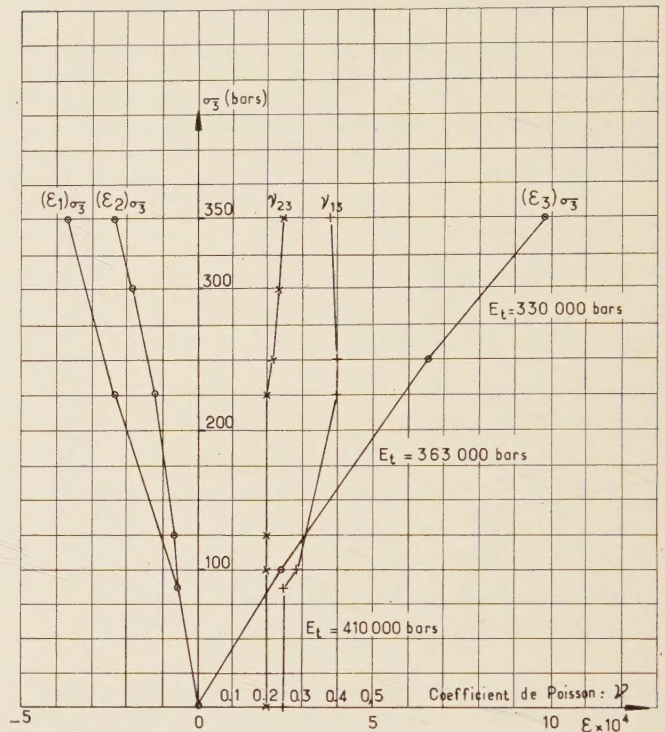
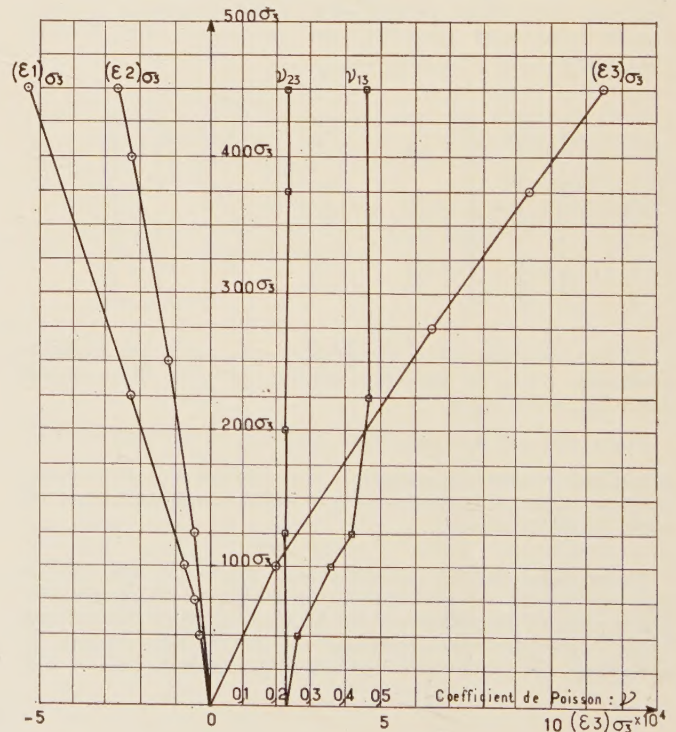


FIG. 8.

FIG. 9.

DEFORMATION DU BETON R5.400 à 28 Jours

SOUS TENSEUR $\bar{\sigma} (0,100,\sigma_3)$



DEFORMATION DU BETON R5 400 à 28 jours

SOUS TENSEUR $\bar{\sigma} = (0,400 \sigma_3)$

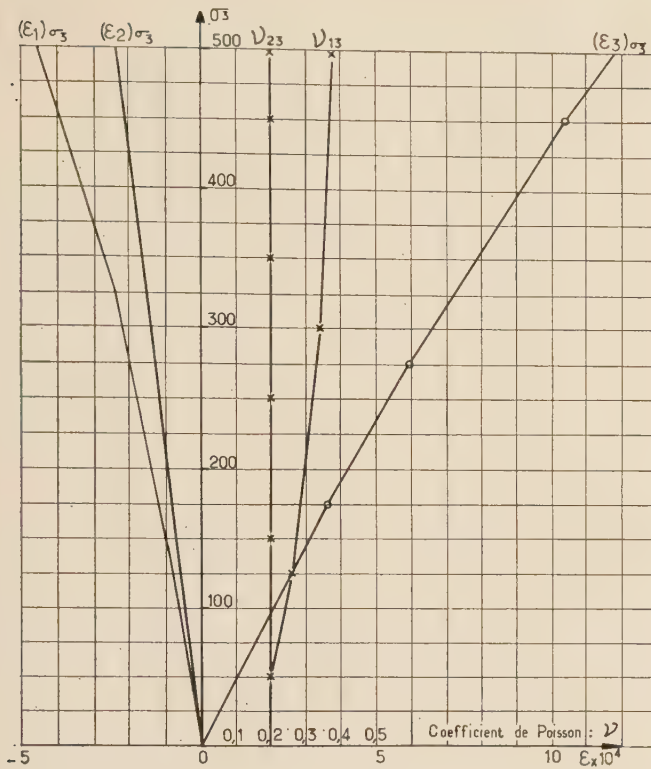


FIG. 10.

FIG. 11.

DEFORMATION DU BETON R5 400 à 28 Jours

SOUS TENSEUR $\bar{\sigma} = (400,400,\sigma_3)$

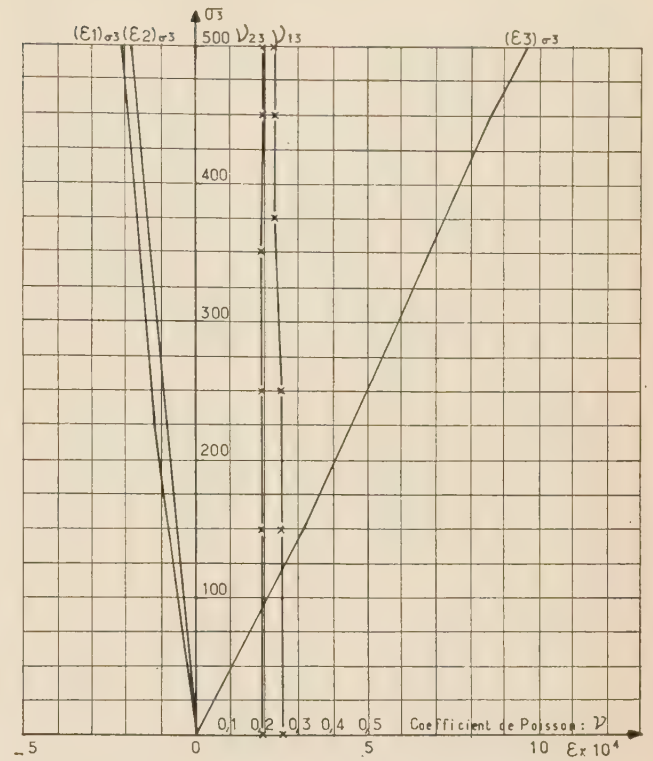
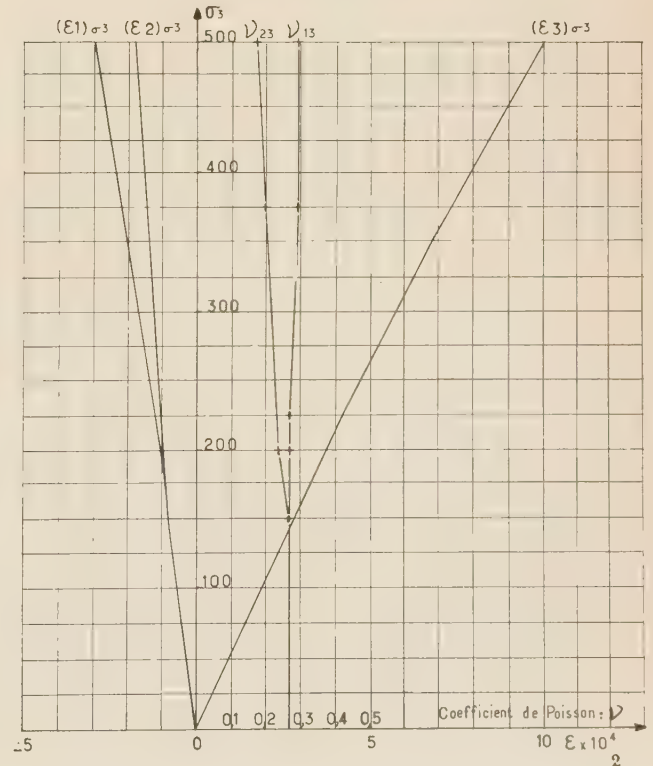
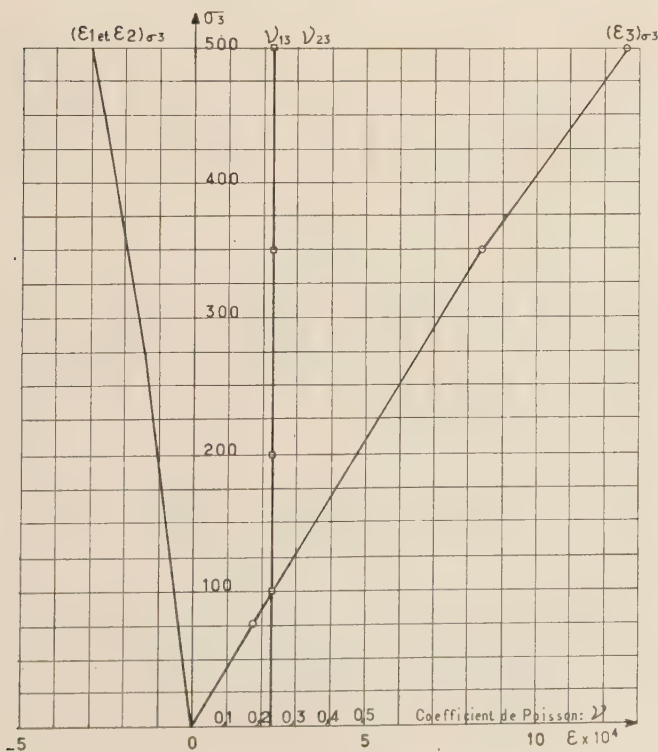


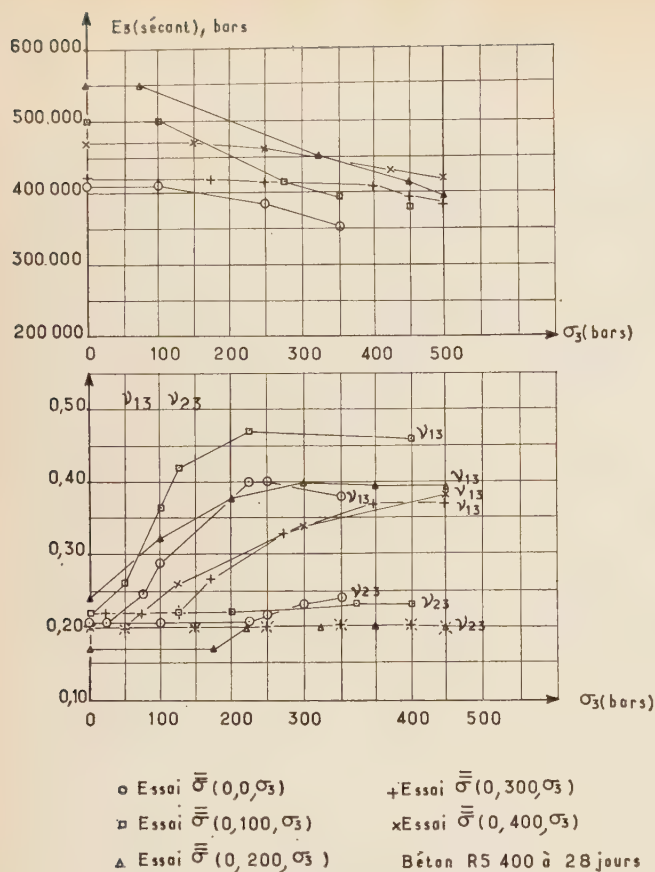
FIG. 12.

FIG. 13.

DEFORMATION DU BETON R5 400 à 28 Jours

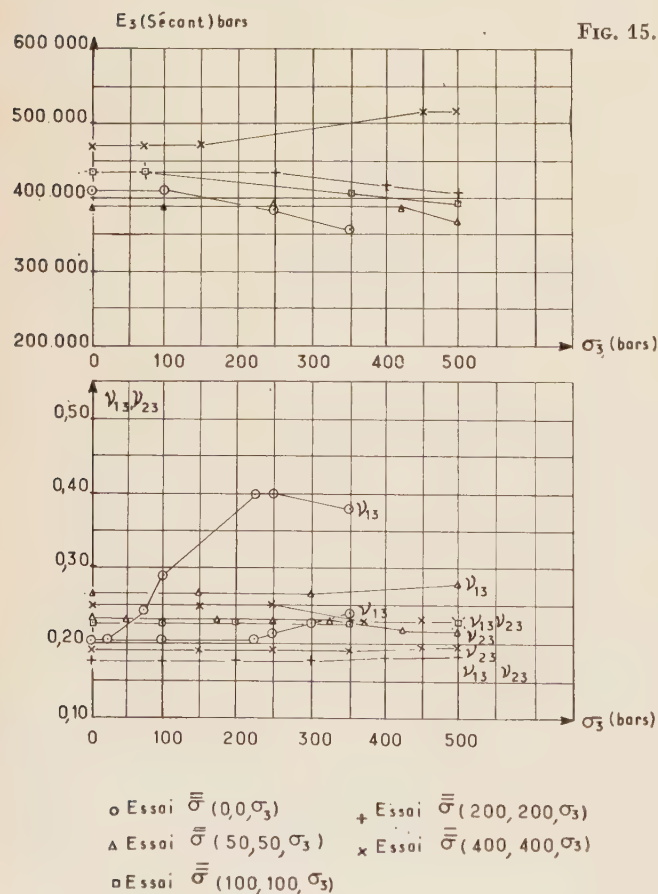
SOUS TENSEUR $\bar{\sigma} = (100,100,\sigma_3)$





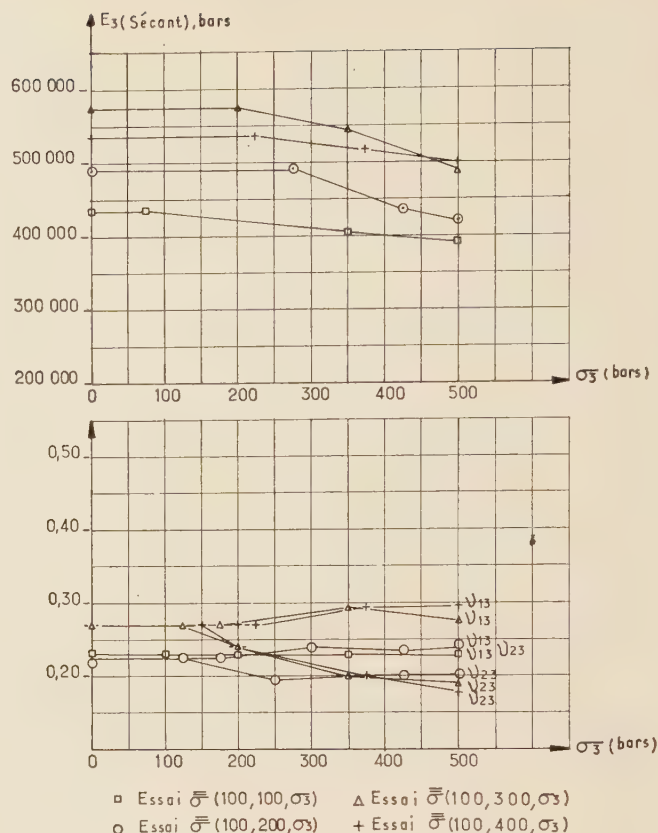
EVOLUTION DES MODULES DE DEFORMATION SECANTS
ET DES COEFFICIENTS DE POISSON EN FONCTION
DU TENSEUR CONTRAINTE

FIG. 14.



EVOLUTION DES MODULES DE DEFORMATION SECANTS
ET DES COEFFICIENTS DE POISSON EN FONCTION
DU TENSEUR CONTRAINTE

FIG. 15.



EVOLUTION DES MODULES DE DEFORMATION SECANTS
DES COEFFICIENTS DE POISSON EN FONCTION
DU TENSEUR CONTRAINTE

FIG. 16.

Le béton, solide hétérogène, peut être considéré comme un matériau à plusieurs phases. La phase primaire est la pâte de ciment dans laquelle sont inclus différents granulats. Il est possible de ramener ce solide complexe à deux phases, le mortier et le gros granulat constituant respectivement la matrice et le squelette du béton.

La cause de l'instabilité du coefficient de Poisson (ν) peut résider dans la perturbation apportée, par le gros granulat, dans le champ de contraintes et de déformations qui se développent dans le milieu.

Examinons un modèle constitué par un milieu plan élastique infini (le mortier) à l'intérieur duquel est inclus un cylindre (un gros élément du granulat). Supposons le champ de contraintes engendré par une compression uniaxiale. Nous pouvons déterminer l'état de contraintes dans le milieu et en particulier à l'interface granulat-mortier (fig. 17).

Nous notons que dans une direction perpendiculaire à la ligne d'action de l'effort et suivant un secteur de l'interface, les contraintes sont des tractions. Nous pouvons imaginer qu'au-delà d'une certaine valeur, ces contraintes engendrent une décohésion locale et par conséquent une discontinuité dans une zone limitée de l'interface granulat-mortier. Cette rupture d'adhérence peut se produire pour une valeur de la contrainte fonction de nombreux paramètres, état de surface, forme, propriété... Elle revêt une forme aléatoire.

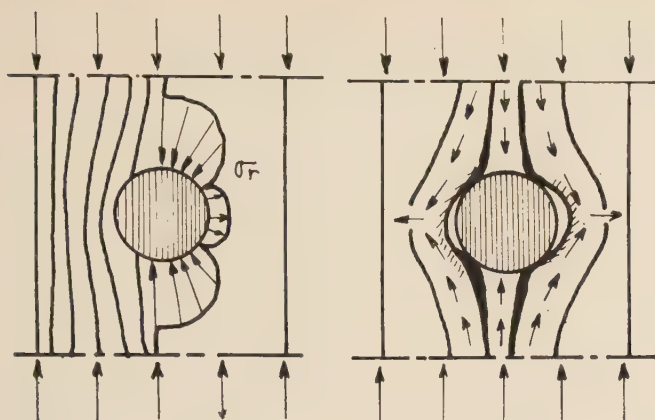


FIG. 17.

Cette discontinuité influe peu et de façon imperceptible sur la déformation longitudinale globale, suivant l'effort, par contre elle a une incidence notable sur la déformation

transversale globale. En particulier, la linéarité en fonction de l'effort est sensiblement conservée pour la déformation globale longitudinale au-delà du seuil de rupture d'adhérence et elle ne l'est plus pour la déformation transversale globale. Par contre, la réversibilité est à peu près conservée pour l'une et l'autre de ces déformations.

Si nous passons à un état de sollicitation biaxiale suivant deux directions rectangulaires, l'état de contrainte à l'interface granulat-mortier se détermine par superposition tant que la rupture d'adhérence ne s'est pas produite. Le seuil de cette rupture est reculé si les deux sollicitations sont des compressions et avancé si l'une est une compression et l'autre une traction.

La transposition de ce modèle au cas réel que constitue le béton nous offre la possibilité d'expliquer le comportement de l'éprouvette en déformation lorsqu'elle est soumise à divers champs de contraintes. Cette hypothèse est sensiblement vérifiée par les résultats expérimentaux que nous avons obtenus. Elle est de plus en accord avec les observations faites à la rupture, par VILE en 1968 à l'Imperial College de Londres, sur des mortiers de béton avec inclusion de billes de verre. K. NEWMAN et J. B. NEWMAN font état longuement de ces travaux dans leur article « Failure theories and design criteria for plain concrete » présenté au congrès de Southampton en 1968.

4. RÉSISTANCE ULTIME D'UN BÉTON EN COMPRESSION TRIAXIALE

4.1. Nature du béton.

Le béton utilisé est dénommé R 5-300.

● Composition par m³ serré en place :

— Gravier 4/15 Meximieux	1 285 kg
— Sable 0/5 Meximieux	718 kg
— Ciment CPAC Val d'Azergues	300 kg
— Eau	158 kg

4.2. Définition de l'éprouvette.

L'éprouvette est un cube de 70 mm d'arête. Le béton est coulé dans un moule en acier dur à parois épaisses dressées et rectifiées. Seule la face libre de l'éprouvette est aplanie par usinage au lapidaire.

Après la coulée du béton, l'éprouvette est laissée en moule pendant un jour, puis démoulée et mise en eau pendant 7 jours et enfin conservée jusqu'au moment de l'essai dans un sac de polyéthylène supposé étanche. Nous disons que l'éprouvette est conservée en atmosphère confinée.

L'âge du béton au moment de l'essai est de 28 jours. Un minimum de quatre éprouvettes est prélevé sur une même coulée. Quatre éprouvettes est le nombre minimal retenu pour définir un point du domaine de résistance ultime du matériau.

4.3. Dispositifs d'appuis.

Les forces de compression sont appliquées sur l'éprouvette suivant ses trois axes à l'aide de vérins de 100 t,

par l'intermédiaire de plateaux rigides en acier dur montés sur rotules (voir chap. 2). Dans le but d'établir dans l'éprouvette un champ de contraintes statistiquement uniforme, deux dispositifs d'appuis ont été retenus. Le premier est semblable à celui mis en œuvre dans les essais de déformation, c'est-à-dire un empilement de quatre feuillets d'aluminium de 4/10 mm talqués sur les deux faces. Le second consiste simplement à talquer les parois parfaitement planes et polies de l'éprouvette. Dans une série d'essais à la rupture en compression simple, ces deux dispositifs ont permis d'obtenir des résultats voisins mais respectivement inférieurs et supérieurs aux valeurs étalons observées sur des éprouvettes cylindriques de diamètre 160 mm et de hauteur 320 mm.

Sur quatre essais définissant un point du domaine ultime deux ont été exécutés avec le premier dispositif et deux avec le second.

4.4. Objectif. Mode de chargement.

Notre objectif est de définir le domaine de résistance ultime d'un béton en l'occurrence le R5-300. Ce domaine peut être représenté dans un espace à trois dimensions rapporté aux contraintes principales (σ_1 , σ_2 , σ_3) ou mieux encore aux variables sans dimensions définies par les relations :

$$\alpha_1 = \frac{\sigma_1}{\sigma_1^0} \quad \alpha_2 = \frac{\sigma_2}{\sigma_2^0} \quad = \alpha_3 \frac{\sigma_3}{\sigma_3^0}$$

où σ_1^0 , σ_2^0 , σ_3^0 sont les résistances ultimes en compression simple suivant les lignes d'action respectives des contraintes principales aux mêmes âges.

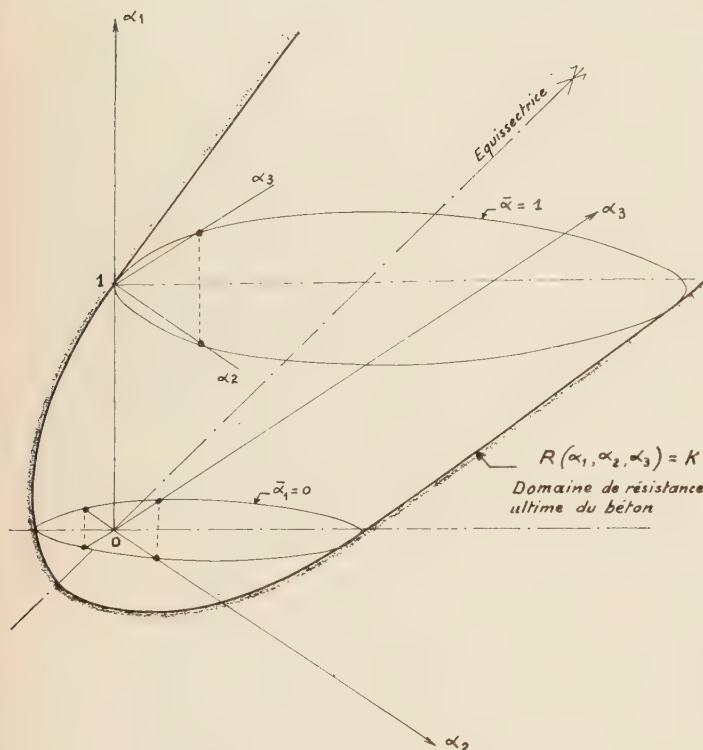


FIG. 18. — Domaine de résistance ultime d'un béton.

Le domaine de résistance rapporté au système d'axes $(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$ peut être représenté par la relation :

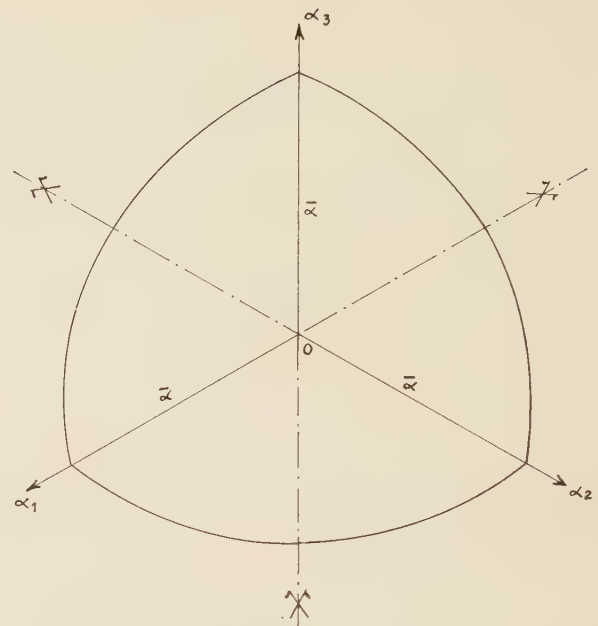
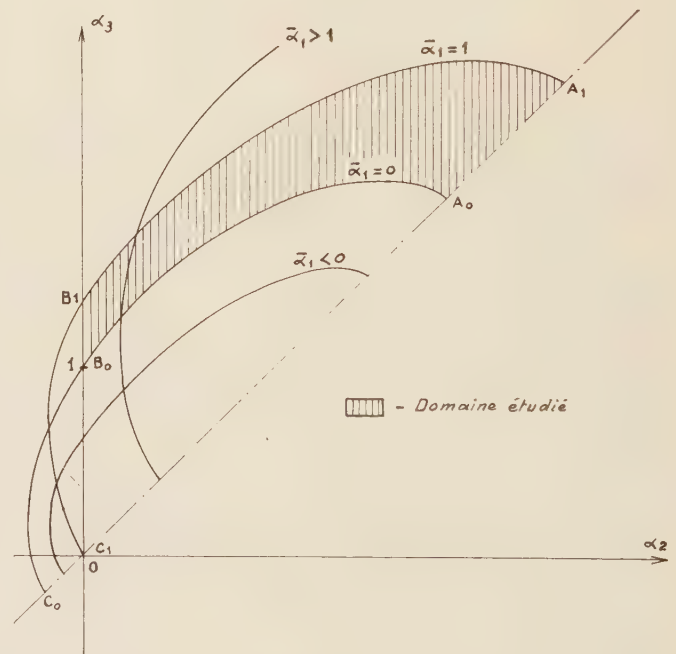
$$R(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) = K.$$

Dans le cas où la structure du matériau est isotrope, la fonction $R(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$ reste inchangée lorsque les variables $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ sont permutées. Le graphe représentatif de ce domaine (fig. 18 et 19) dans le système d'axes $(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$ est donc une surface possédant trois plans de symétrie confondus respectivement avec les plans passant par chacun des axes et la bissectrice des deux autres. L'équissectrice de ce système d'axes est un axe de répétition de degré trois. Nous admettons que ces propriétés sont conservées lorsque le matériau possède un faible degré d'orthotropie. Nous pensons que ce mode de représentation atténue l'effet d'orthotropie qui aurait été observé dans une définition de ce domaine par rapport aux variables $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$.

Nous avons choisi pour des raisons de commodités de lecture et de tracé graphique de représenter les fonctions paramétriques :

$$R(\bar{\alpha}_1, \alpha_2, \alpha_3) = K$$

dans le plan (α_2, α_3) , $\bar{\alpha}_1$ étant une valeur imposée du rapport $\frac{\sigma_1}{\sigma_0}$ (fig. 20).

FIG. 19. — La courbe représentée sur la figure est l'ensemble des points résultant de l'intersection de la surface $R(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) = K$ et du plan $\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = \bar{\alpha}$ FIG. 20. — Diagrammes $R(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) = K$.

Étant donné les possibilités de la machine d'essais, le niveau de résistance à la rupture du béton à 28 jours et les dimensions des éprouvettes, nous avons limité les valeurs de $\bar{\alpha}_1$ à :

$$0 \leq \bar{\alpha}_1 \leq 1.$$

Du fait des propriétés de symétrie de ce domaine, nous avons étudié les différents états limites correspondant au demi plan défini par la condition :

$$\alpha_2 \leq \alpha_3.$$

La mise en charge de l'éprouvette se définit comme suit. Les contraintes $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ se développent uniformément, progressivement, et par paliers jusqu'à ce que σ_1 atteigne sa valeur limite imposée $\bar{\sigma}_1$. Puis σ_2 et σ_3 continuent à croître de la même façon jusqu'à $\bar{\sigma}_2$, valeur limite imposée à σ_2 . Enfin σ_3 augmente jusqu'à rupture de l'éprouvette. Un point du domaine de résistance ultime est donc défini par les valeurs des trois contraintes principales dont deux sont imposées et la troisième mesurée. Il se repère comme suit :

$$\bar{\sigma}^u = (\bar{\sigma}_1, \bar{\sigma}_2, \sigma_3^u).$$

Il y a donc trois phases de chargement :

- Une première à tenseur sphérique et à déviateur des contraintes nul;
- Une deuxième à tenseur cylindrique et à déviateur non nul;
- Une troisième à tenseur quelconque et à déviateur non nul.

Certains essais ne comporteront que les deux premières phases et seront notés :

$$\bar{\sigma}^u = (\bar{\sigma}_1, \sigma_2^u = \sigma_3^u).$$

Ce mode de chargement a été retenu de manière à conserver l'intégrité du béton jusqu'à un niveau de contraintes le plus voisin possible de l'état de rupture, sachant qu'un tenseur sphérique conserve statistiquement l'isotropie du matériau et que s'il est de compression n'engendre pas de dislocations.

Nous avons admis dans tous nos essais, de confondre la contrainte principale σ_3 avec la direction de coulée du béton. La contrainte σ_3 est engendrée suivant la ligne de force verticale de la machine d'essais.

A ces différents états limites $\bar{\sigma}^u$, correspondent des points représentatifs du domaine de résistance rapporté aux variables $(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$. Nous noterons ces points :

$$\bar{\alpha}^u = (\bar{\alpha}_1, \alpha_2, \alpha_3^u)$$

ou :

$$\bar{\alpha}^u = (\bar{\alpha}_1, \alpha_2^u = \alpha_3^u).$$

Nous balayons ainsi la partie du demi plan $\alpha_2 \leq \alpha_3$ définie par les conditions :

$$\begin{aligned} 0 &\leq \bar{\alpha}_1 \leq 1 \\ 0 &\leq \bar{\alpha}_2 \leq \alpha_3^u = \alpha_3^u. \end{aligned}$$

Nous avons choisi d'imposer à α_1 les valeurs :

$$\bullet \bar{\alpha}_1 = 0 - 0,2 - 0,4 - 0,6 - 0,8 - 1.$$

Pour chacune des valeurs imposées de α_1 , nous avons défini les points $\bar{\alpha}^u$ correspondants à :

$$\bullet \bar{\alpha}_2 = 0 - 0,2 \alpha_3^u - 0,4 \alpha_3^u - 0,6 \alpha_3^u - 0,8 \alpha_3^u - \alpha_3^u$$

avec :

$$\alpha_2^u = \alpha_3^u.$$

Rappelons que chaque point $\bar{\alpha}^u$ est obtenu à partir d'un minimum de quatre essais groupés deux par deux suivant le dispositif d'appuis utilisé (tableau 4.4).

Il est important de noter que dans le mode de représentation adopté en $(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$ du domaine de résistance du béton, d'une part les phénomènes d'orthotropie sont atténués et d'autre part les effets du vieillissement sont partiellement éliminés.

4.5. Méthode de détection de l'état ultime.

Pour tous les essais, dans la dernière phase de chargement, les déformations Δa de l'éprouvette, sont enregistrées dans les trois directions et reportées sur un graphique en fonction de la contrainte σ_3 . Ce, jusqu'à l'état ultime qui est défini au moment où l'évolution de l'une des déformations Δa en fonction de σ_3 amorce un palier d'écoulement. Ce palier ou pseudo-palier est annoncé par un maximum de la fonction $\frac{\partial^2 \sigma_3}{\partial \Delta a^2}$.

Ce maximum est clairement observé sur la courbe de déformation et correspond au point de courbure maximale. L'état ultime ainsi défini conduit rarement à l'état de rupture explosif, ou destructif de l'éprouvette.

La poursuite de l'essai dans le domaine d'écoulement du matériau au-delà du point C conduit à des déformations plastiques très importantes, de l'ordre de quelques millimètres (fig. 7) sans rupture franche.

Il est important de noter que l'éprouvette non détruite, déchargée puis rechargée en compression simple par σ_3 donne une charge de rupture : $< 0,5 \sigma_3^0$ si le point d'essai ultime en compression triaxiale se situe au delà du point de courbure maximale,

— de $0,6$ à $0,8 \sigma_3^0$ si le point d'essai ultime en compression triaxiale se situe en deçà du point de courbure maximale.

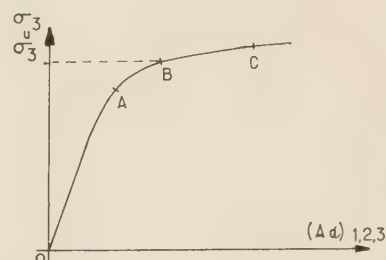


FIG. 21.

Il paraît important de savoir à partir de quel niveau ce chargement modifie la structure initiale du béton au point de réduire dans des proportions non négligeables la résistance en compression simple de l'éprouvette. Des essais ont été entrepris dans ce sens, nous en parlerons en 4.8.

4.6. Domaine de résistance ultime : Résultats d'essais.

● 4.61. Compression simple.

Première série — TABLEAU 4.1

Type d'essai	$\bar{\sigma}^u (\sigma_1^u, 0, 0)$	
Observations	$\sigma_1^u = \sigma_1^0$	
Dispositifs d'appuis	Parois talquées	feuilles d'Al. talquées
Résultats d'essais en bars	378	410
	404	385
	372	344
	353	358
	391	366
	407	375
	326	320
	358	326
Moyenne en bars	373	360

Ces moyennes ont été retenues pour construire le domaine :

$$\begin{aligned} R(\bar{\alpha}_1, \alpha_2, \alpha_3) &= K \\ \text{avec } 0 \leq \bar{\alpha}_1 &\leq 1 \\ \text{et } 0 \leq \alpha_2 &\leq \alpha_3 \end{aligned}$$

Deuxième série — TABLEAU 4.2.

Types d'essais	$\bar{\sigma}^u (\sigma_1^u, 0, 0)$	$\bar{\sigma}^u (0, 0, \sigma_3^u)$
Observations	$\sigma_1^u = \sigma_1^0$	$\sigma_3^u = \sigma_3^0$
Dispositifs d'appuis	Parois talquées	Parois talquées
Résultats d'essais en bars	384	384
	372	390
	397	372
	423	378
	365	372
	384	372
		390
		397
		390
Moyenne en bars	387	384

Nous pouvons admettre à l'issue de cette série d'essais que :

$$\sigma_1^0 = \sigma_2^0 = \sigma_3^0$$

4.62. Compression triaxiale cylindrique: $\bar{\sigma}^u (\bar{\sigma}_1, \sigma_2^u = \sigma_3^u)$.

TABLEAU 4.3.

Type d'essai	$\bar{\sigma}^u (0, \sigma_2^u = \sigma_3^u)$		$\bar{\sigma}^u (0,2 \sigma_1^0, \sigma_2^u = \sigma_3^u)$		$\bar{\sigma}^u (0,4 \sigma_1^0, \sigma_2^u = \sigma_3^u)$	
Observations						
Dispositifs d'appuis	Parois talquées	Feuilles d'Al. talquées	Parois talquées	Feuilles d'Al. talquées	Parois talquées	Feuilles d'Al. talquées
Résultats d'essais en bars	641	692	1 455	1 199	1 863	1 506
	610	705	1 494	—	—	1 442
	622	657	1 276	1 269	1 788	1 436
	641	718	1 487	1 378	1 615	—
			1 269	—	1 570	1 474
			1 378	—	1 564	—
Moyenne en bars	628	693	1 393	1 282	1 680	1 464

Type d'essai	$\bar{\sigma}^u (0,6 \sigma_1^0, \sigma_2^u = \sigma_3^u)$		$\bar{\sigma}^u (0,8 \sigma_1^0, \sigma_2^u = \sigma_3^u)$		$\bar{\sigma}^u = (\sigma_1^0, \sigma_2^u = \sigma_3^u)$	
Observations						
Dispositifs d'appuis	Parois talquées	Feuilles d'Al. talquées	Parois talquées	Feuilles d'Al. talquées	Parois talquées	Feuilles d'Al. talquées
Résultats d'essais en bars	— 1 718 1 679 1 673 1 833 1 827	1 769 1 679 — 1 602 —	1 987 1 795 1 910 1 850 1 923	— 1 731 1 750 1 859 —	2 372 2 167 2 174 2 192 2 192	2 192 1 974 2 051 1 987
	1 746	1 683	1 895	1 780	2 219	2 041

4.63. Compression triaxiale à tenseur quelconque.

ESSAIS $\bar{\sigma}$ ($\bar{\sigma}_1, \bar{\sigma}_2, \bar{\sigma}_3$)

TABEAU 4.4. DES VALEURS DE σ_3^u (bars)

$\bar{\sigma}_2 \backslash \bar{\sigma}_1$	0		0,2 σ_1^0		0,4 σ_1^0		0,6 σ_1^0		0,8 σ_1^0		σ_1^0	
0	373	360*	513	471*	570	603*	596	667*	654	731*	654	705*
			519	506*	580	615*	609	615*	615	692*	718	718*
0,2 σ_2^u	564	564*	1 128	1 090*	1 500	1 365*	1 776	1 602*	1 923	1 808*	2 179	1 974*
	538	615*	1 154	1 109*	1 526	1 385*	1 769	1 628*	2 013	1 808*	2 179	1 936*
0,4 σ_2^u	558	641*	1 244	1 211*	1 718	1 590*	1 699	1 699*	2 045	1 923*	2 000	2 000*
	564	609*	1 314	1 180*	1 711	1 551*	1 763	1 615*	1 981	1 974*	2 147	2 051*
0,6 σ_2^u	590	660*	1 353	1 256*	1 795	1 586*	2 103	1 814*	2 038	2 102*	> 2 250	2 244*
	609	667*	1 410	1 269*	1 763	1 602*	2 045	1 923*	2 115	2 147*	> 2 300	2 256*
0,8 σ_2^u	654	699*	1 442	1 346*	2 096	1 692*	1 974	1 936*	> 2 180	> 2 180*	> 2 200	> 2 250*
	699	667*	1 590	1 333*	2 038	1 692*	—	1 008*	> 2 300	> 2 300*	> 2 300	2 308*
$\sigma_2^u = \sigma_3^u$	628	693*	1 393	1 382*	1 680	1 464*	1 746	1 683*	1 895	1 780*	2 219	2 041*

(σ_3^u) Résultats obtenus sur éprouvettes à parois talquées.

(σ_3^{u*}) Résultats obtenus avec dispositif d'appui constitué par 4 feuilles d'Al. de 4/10 de mm talquées sur les deux faces.

(σ_3^u) Moyennes des résultats présentés dans les tableaux (4.1) et (4.3).

Les valeurs figurant dans le tableau ci-dessus (4.4) nous ont servi à définir le domaine :

$$R(\bar{\alpha}_1, \alpha_2, \alpha_3) = K \quad \text{avec} \quad 0 \leq \bar{\alpha}_1 \leq 1. \\ \text{et} \quad 0 \leq \alpha_2 \leq \alpha_3.$$

4.7. Domaine de résistance ultime du béton.

Ce domaine de résistance ultime est défini sur le diagramme ci-joint (fig. 22). Il représente la fonction paramétrique : $R(\bar{\alpha}_1, \alpha_2, \alpha_3) = K$ pour $\bar{\alpha}_1 = 0 - 0,2 - 0,4 - 0,6 - 0,8 - 1$ et il est limité par la condition :

$$0 \leq \alpha_2 \leq \alpha_2^u = \alpha_3^u$$

avec :

$$\alpha_1 = \frac{\sigma_1}{\sigma_1^0} \quad \alpha_2 = \frac{\sigma_2}{\sigma_2^0} \quad \alpha_3 = \frac{\sigma_3}{\sigma_3^0}$$

Nous avons constaté et admis :

$$\sigma_1^0 = \sigma_2^0 = \sigma_3^0 = \sigma^0.$$

Le chemin de chargement est représenté par une flèche triple ($\rightarrow\rightarrow\rightarrow$), double ($\rightarrow\rightarrow$) ou simple ($\rightarrow$) lorsque le tenseur contrainte est sphérique, cylindrique ou quelconque.

Les points reportés, pour ne pas nuire à la bonne compréhension du graphique, sont les moyennes des résultats d'essais respectivement effectués sur chaque type d'appuis et consignés dans les tableaux qui précèdent en 4,6.

4.8. Incidence d'un chargement préalable sur la résistance à la rupture en compression simple d'un béton.

Il nous a semblé très important de contrôler la résistance à la rupture en compression simple, après que le béton ait subi un état de charge caractérisé par un tenseur contrainte $\bar{\sigma}$ ($\bar{\sigma}_1, \bar{\sigma}_2, \bar{\sigma}_3$) imposé et par un nombre de cycles ou par une durée de chargement déterminée.

Nous avons choisi d'imposer un tenseur contrainte cylindrique que nous avons noté :

$$\sigma = (\bar{\sigma}_1, \bar{\sigma}_2 = \bar{\sigma}_3)$$

et nous référant aux résultats obtenus dans les essais de résistance ultime en compression triaxiale caractérisés par les tenseurs ;

$$\bar{\sigma}^u = (\bar{\sigma}_1, \sigma_2^u = \sigma_3^u)$$

nous avons introduit les mêmes valeurs de $\bar{\sigma}_1$ et des valeurs successives de $\bar{\sigma}_2 = \bar{\sigma}_3$ progressivement croissantes mais toujours inférieures à $\sigma_2^u = \sigma_3^u$. Après un ou plusieurs cycles de chargement entre les états σ ($\bar{\sigma}_1, \bar{\sigma}_2, \bar{\sigma}_3$) et $\bar{\sigma}$ ($\bar{\sigma}_1, \bar{\sigma}_2 = \bar{\sigma}_3$) et déchargement complet, nous avons soumis l'éprouvette à un essai de compression simple jusqu'à rupture.

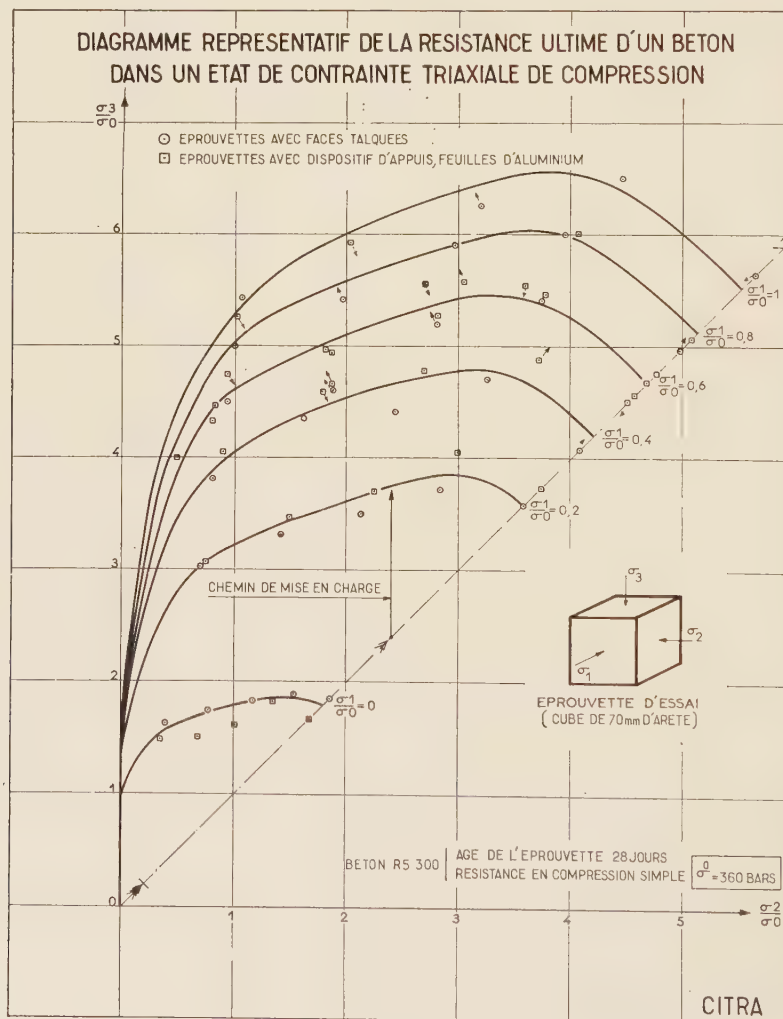


FIG. 22.

Les résultats ainsi obtenus $\bar{\sigma}^u(0, 0, \sigma_3^u)$ nous permettent d'étudier l'évolution du rapport σ_2^u/σ_3^u en fonction du rapport $\bar{\sigma}_2/\sigma_3^0 = \bar{\sigma}_3/\sigma_3^0$ pour les différentes valeurs de $\bar{\sigma}_1$ imposées.

Cette étude apparaît sur les diagrammes qui suivent (fig. 22, 23, 24, 25, 26, 27). L'examen des courbes montre que, excepté le cas $\bar{\sigma}(0, \bar{\sigma}_2 = \bar{\sigma}_3)$, la résistance à la rupture en compression simple $\bar{\sigma}^u(0, 0, \sigma_3^u)$ chute de façon considérable bien avant que l'état de chargement préalable n'ait atteint l'état ultime $\bar{\sigma}^u(\bar{\sigma}_1, \bar{\sigma}_2^u = \sigma_3^u)$ observée en compression triaxiale par écoulement ou destruction apparente de l'éprouvette. Il est alors évident qu'un état de dislocation important se développe avant cette limite. Ce problème est abordé dans le chapitre 4.9 qui suit.

Dans le but de limiter le nombre d'essais destructifs en compression uniaxiale. Les éprouvettes déchargées ont été soumises à un sondage sonique permettant de révéler avec précision le seuil de discontinuité ou de dislocation du matériau par un affaiblissement de la vitesse de propagation d'une onde dans une direction perpendiculaire (ou oblique) aux plans de glissement ou de décohesion. Le seuil de dislocation se présente toujours au voisinage et avant le seuil d'affaiblissement de la résistance ultime en compression simple. Les variations respectives de la résistance à la rupture en compression simple $\bar{\sigma}^u(0, 0, \sigma_3^u)$ et de la vitesse (V) de propagation d'une onde, en fonction de l'état de contrainte $\bar{\sigma}(\bar{\sigma}_1, \bar{\sigma}_2, \bar{\sigma}_3)$ de chargement préalable ont même allure.

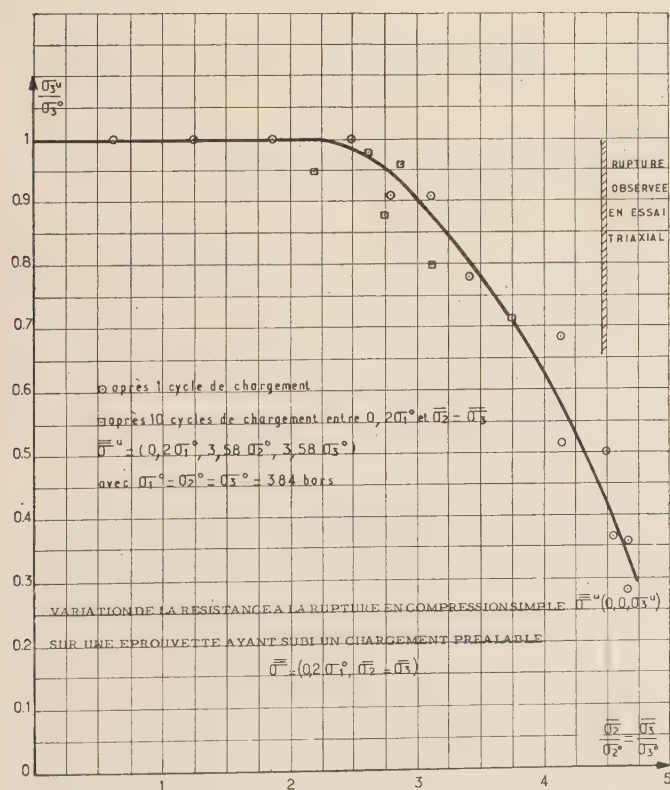


FIG. 24.

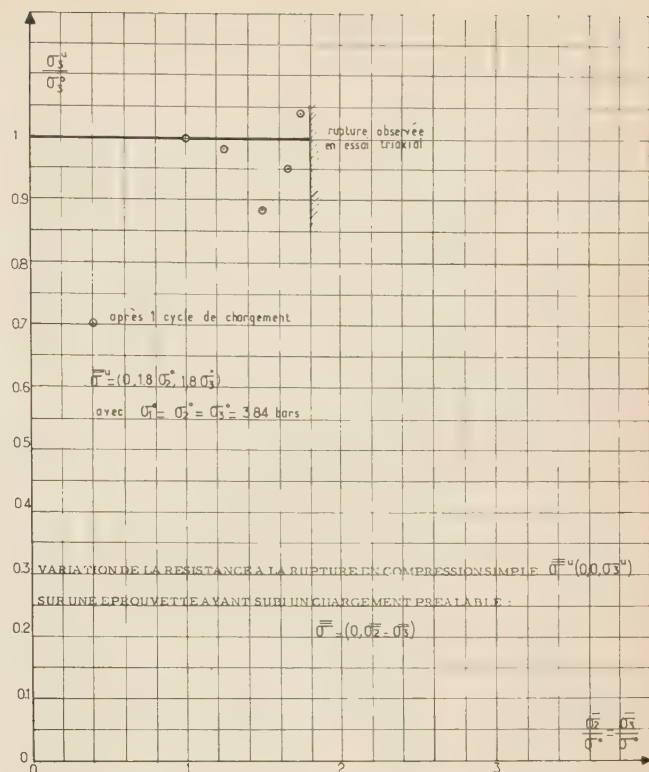


FIG. 23.

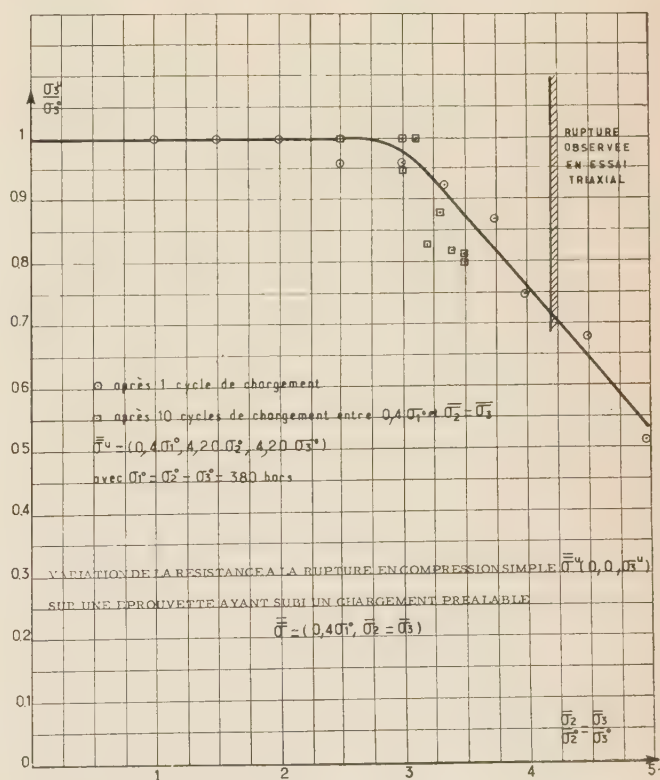


FIG. 25.

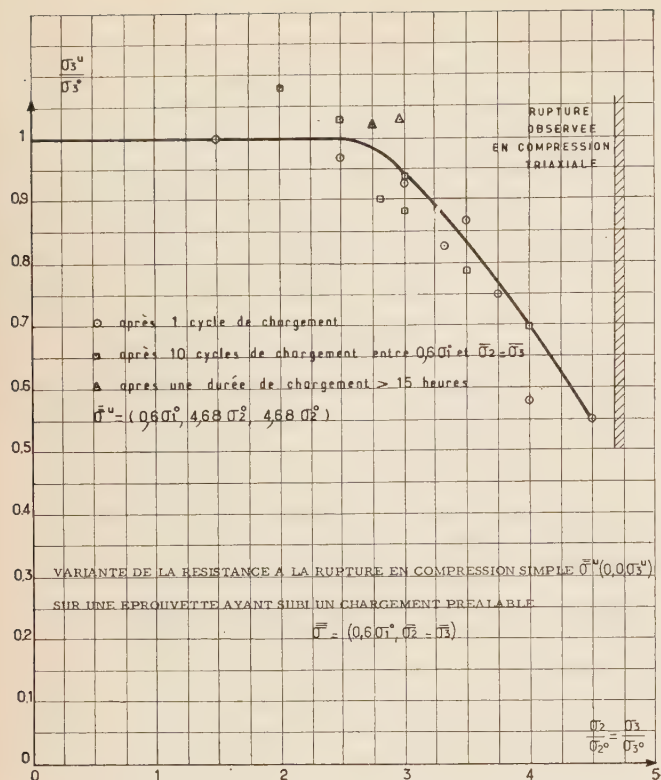


FIG. 26.

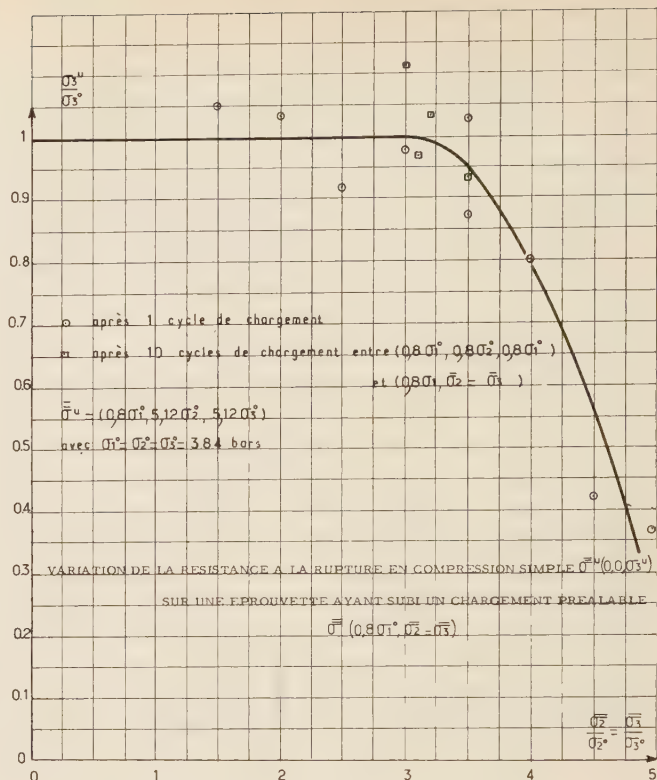
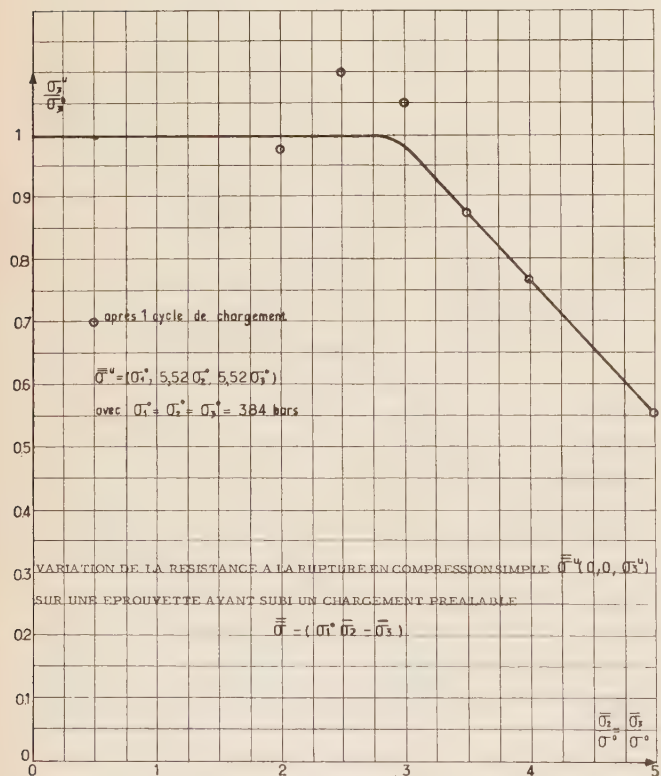


FIG. 27.

FIG. 28.



Nous ne disposons actuellement que de très peu de résultats d'essais. Nous les présentons sur les figures 29 et 30.

4.9. Seuils caractéristiques du comportement d'un béton en sollicitation triaxiale

Ces observations nous ont conduits à admettre qu'il existe dans le comportement du béton sous chargement triaxial, trois seuils importants :

- 1° un seuil de réversibilité;
- 2° un seuil de discontinuité ou de décohesion;
- 3° un seuil d'écoulement ou de rupture noté état ultime.

Dans un essai de chargement sous tenseur cylindrique, l'apparition de ces seuils se fait successivement. Les figures 31, 32, et 33 qui représentent l'évolution des déformations $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3$ en fonction de la contrainte principale supérieure σ_3 , illustrent bien le comportement du béton dans un pareil essai et définissent les positions relatives des seuils de décohesion ou de discontinuité et d'écoulement. Le seuil de réversibilité n'a pas été défini expérimentalement, mais il pourrait se situer aux environs de $\sigma_3 = 500$ bars. Au-delà de cette valeur les fonctions $\epsilon_{1, 2, 3}(\sigma_3)$ amorcent une première courbure prononcée pour devenir en suite linéaire. Au début de cette zone linéaire se situe le seuil de discontinuité ou de décohesion. Durant cette évolution, la fissuration se propage dans toute l'éprouvette et les fonctions $\epsilon_{1, 2, 3}(\sigma_3)$ amorcent une seconde courbure qui précède le palier ou le pseudo-palier d'écoulement du matériau. Le seuil d'écoulement se situe au début de ce palier d'écoulement.

COURBE DE DEFORMATION

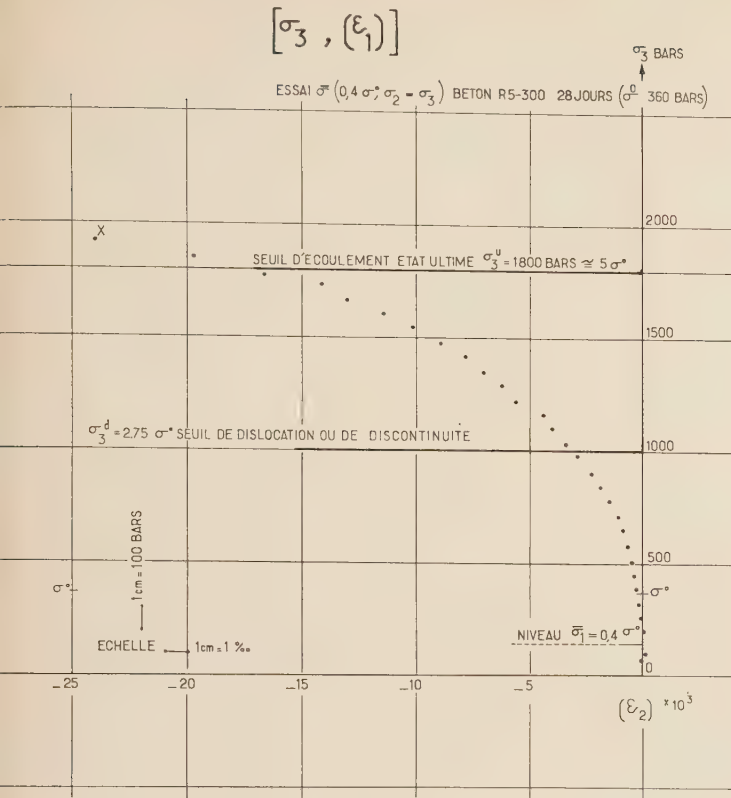


FIG. 33.

Bien que ces dernières observations n'aient porté que sur des tenseurs cylindriques, il semble possible de généraliser ces conclusions aux tenseurs de contraintes quelconques.

Des essais sont actuellement en cours au laboratoire du C.E.S.T. suivant le programme établi pour le S.E.C.N. et ils ont en partie pour but de compléter cette étude par la recherche des seuils de réversibilité et de décohésion ou de discontinuité sur des seuils de réversibilité et de décohésion ou de discontinuité sur des éprouvettes soumises à un tenseur de contraintes quelconques.

4.10. Influence de la température sur la résistance à la rupture du béton en compression triaxiale :

Nous avons opéré sur des éprouvettes de béton R5-400 de 70 mm d'arête âgée de 90 jours et ayant été conservées durant les 84 derniers jours sous papier d'aluminium à température imposée réalisant un état de confinement. Au cours de l'essai cette température est maintenue à l'aide de plateaux chauffants.

Les températures choisies ont été :

20° C, 40° C et 60° C.

Les résultats d'essais sont consignés sur les figures 34, 35, 36. Les courbes tracées sur chaque diagramme sont les fonctions paramétriques $R(\bar{\sigma}_1/\sigma_0, \sigma_2/\sigma_0, \sigma_3/\sigma_0, \theta) = K$

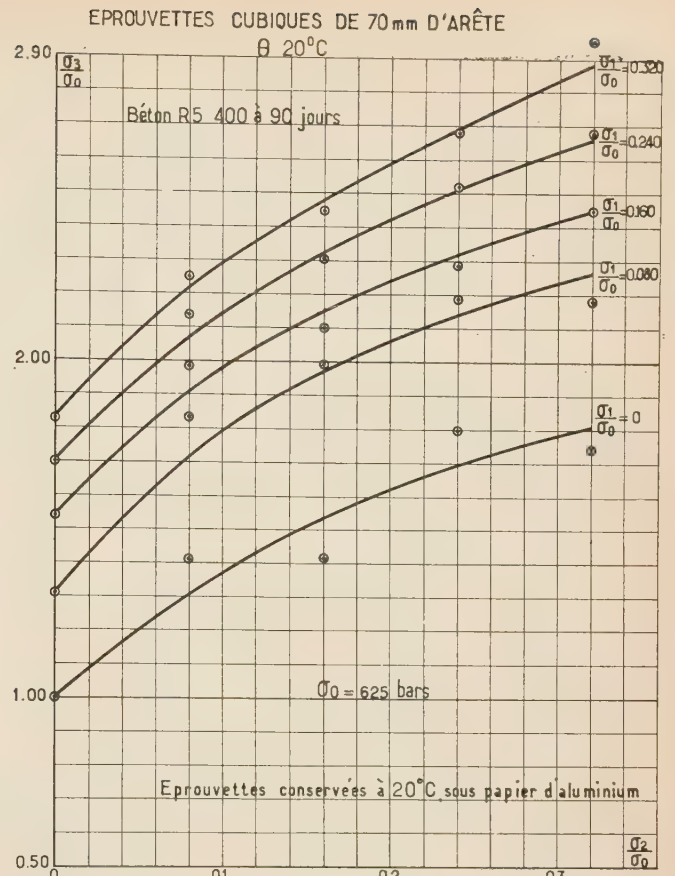
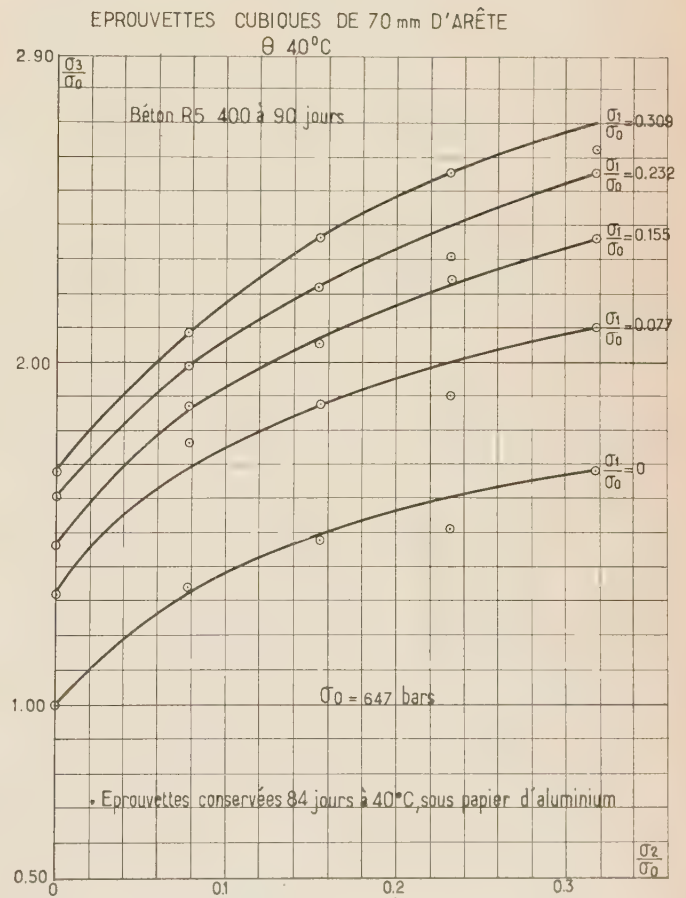


FIG. 34.

FIG. 35.



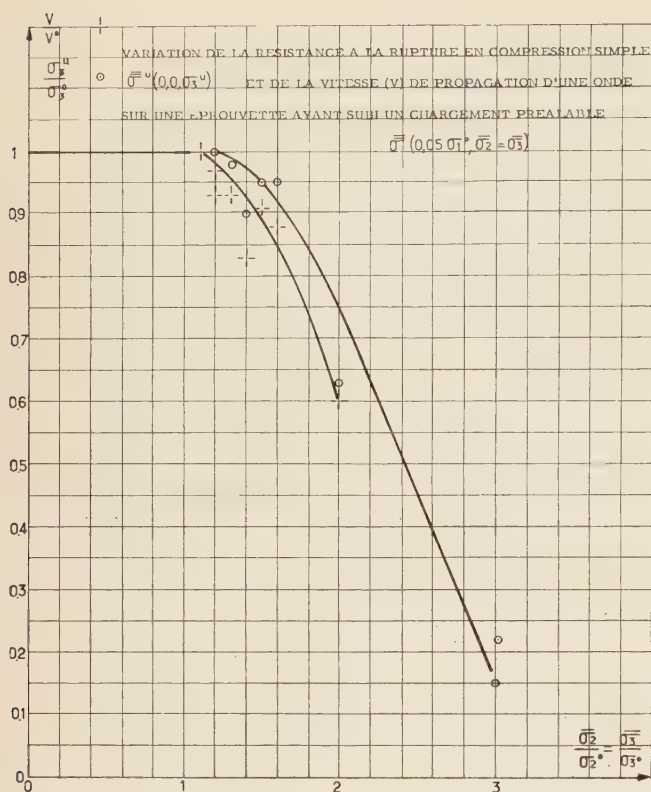


FIG. 29.

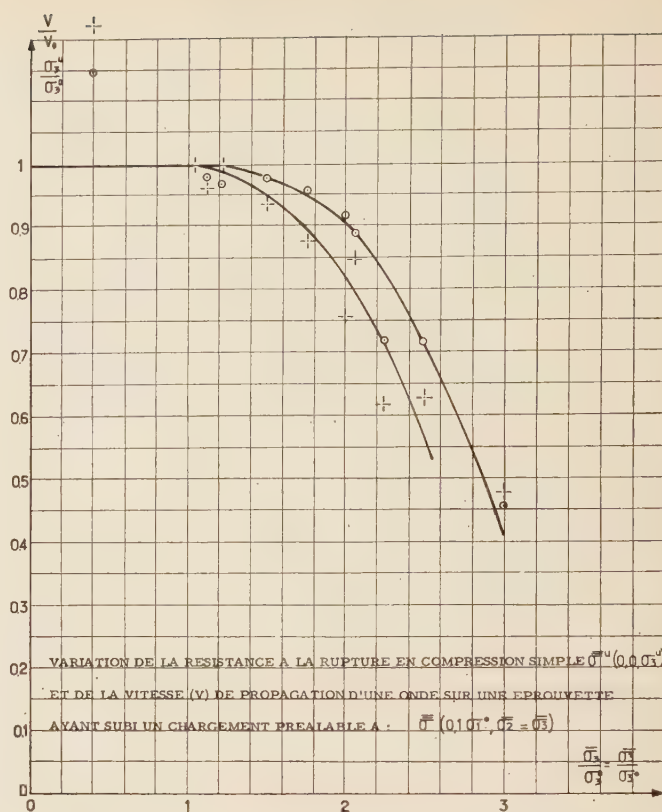
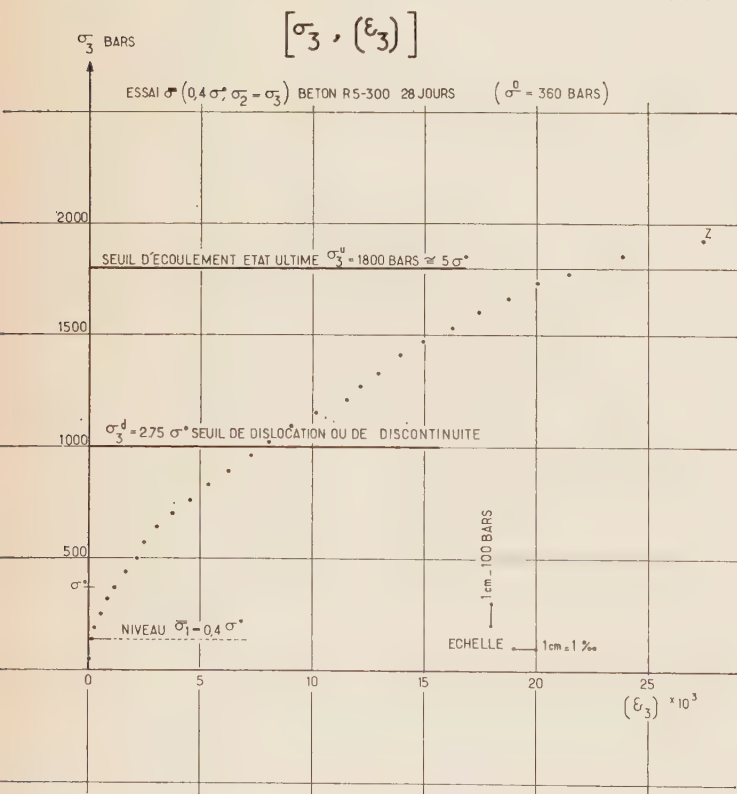


FIG. 30.

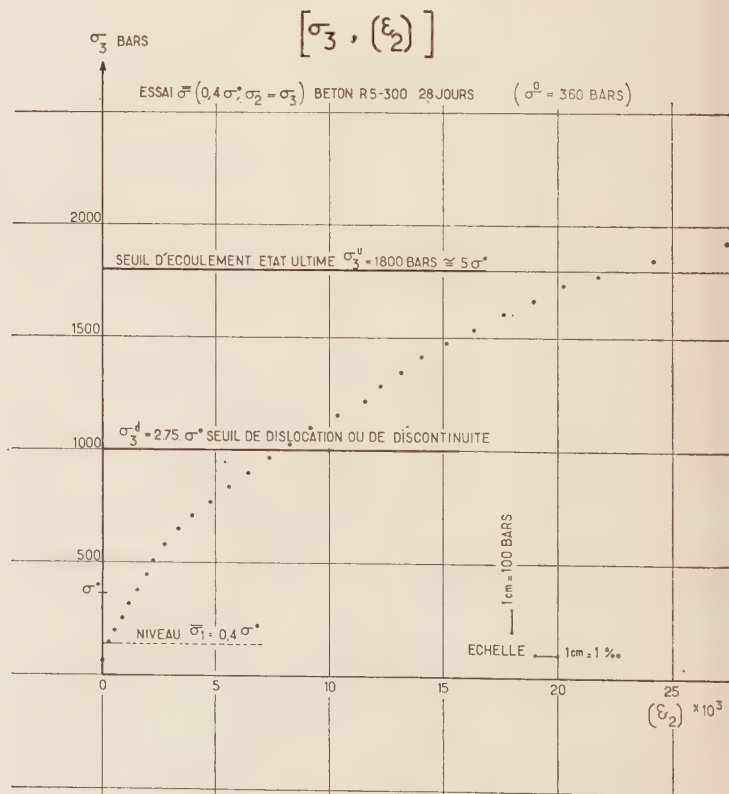
COURBE DE DEFORMATION

FIG. 31.



COURBE DE DEFORMATION

FIG. 32.



EPROUVETTES CUBIQUES DE 70 mm D'ARÊTE

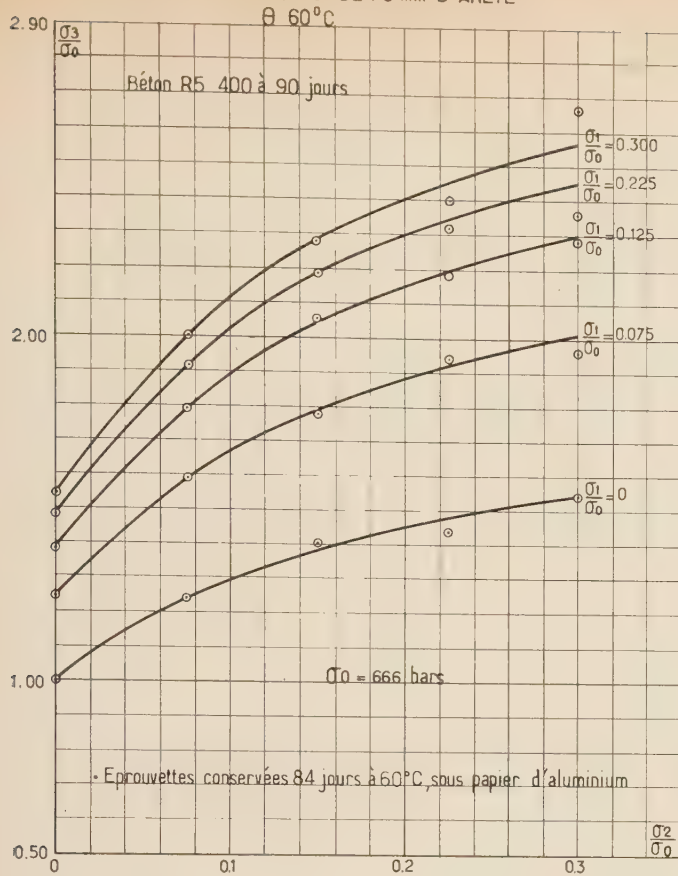
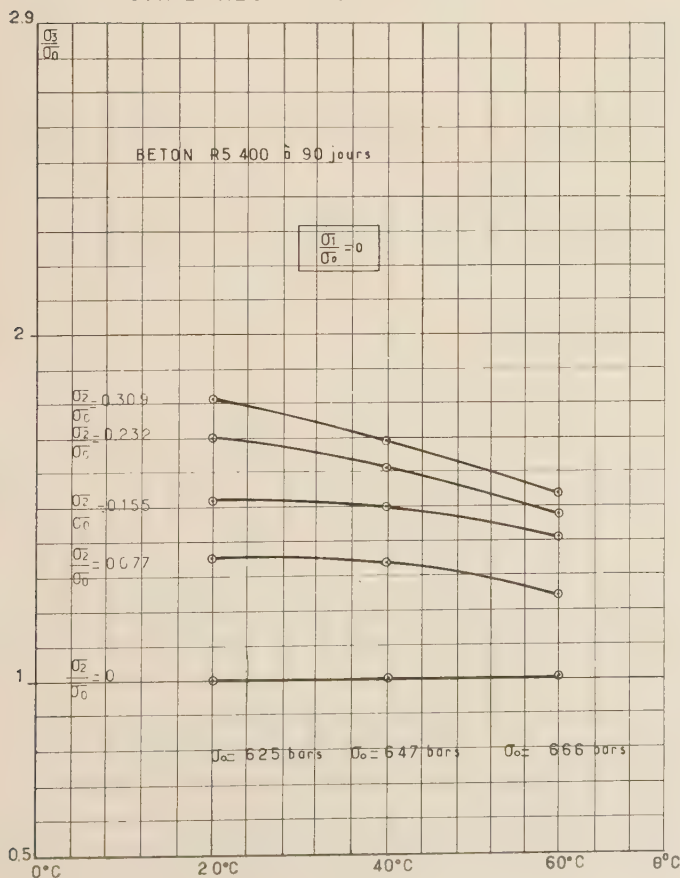


FIG. 36.

FIG. 37.

INFLUENCE DE LA TEMPERATURE SUR LA RESISTANCE A LA RUPTURE



des composantes de contraintes σ_2 et σ_3 ayant engendré la rupture pour une série de valeurs imposées de la composante de contrainte σ_1 et à une température donnée θ .

Les figures 37 à 41 définissent pour des valeurs imposées des rapports σ_1/σ_0 et σ_2/σ_0 , l'influence de la température θ sur la contrainte de rupture σ_3^u rapportée à σ_0 . $\bar{\sigma}_1$, $\bar{\sigma}_2$ et σ_3^u sont les composantes du tenseur de contrainte ultime :

$$\bar{\sigma}^u (\bar{\sigma}_1, \bar{\sigma}_2, \sigma_3^u).$$

L'examen de ces résultats nous montre qu'à un accroissement de la température correspond d'une part un accroissement de la résistance à la rupture en compression simple, cela vient sans doute du mode de conservation de l'éprouvette, mais d'autre part une diminution sensible du rapport σ_3^u/σ_0 .

INFLUENCE DE LA TEMPERATURE SUR LA RESISTANCE A LA RUPTURE

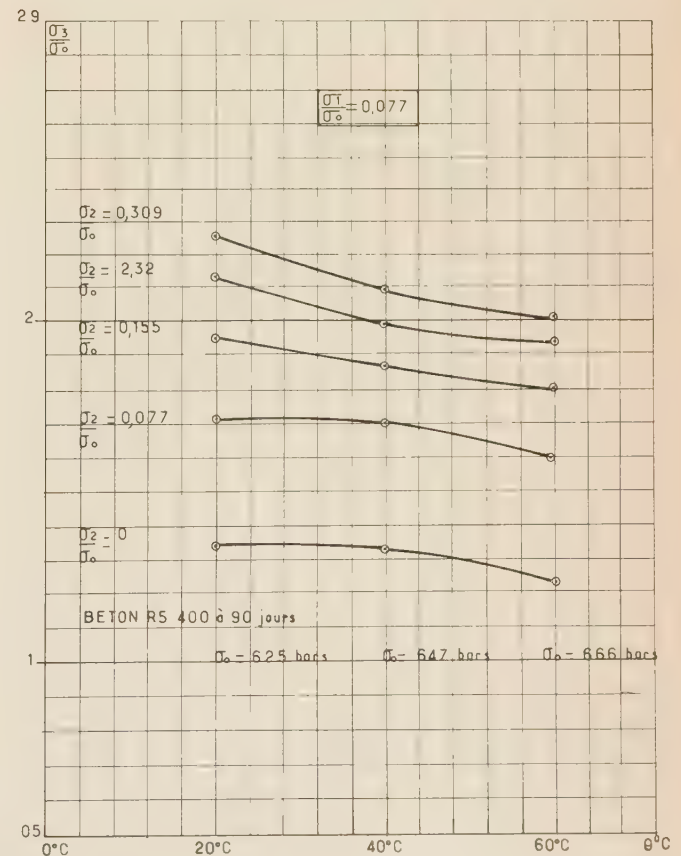


FIG. 38.

INFLUENCE DE LA TEMPERATURE
SUR LA RESISTANCE A LA RUPTURE

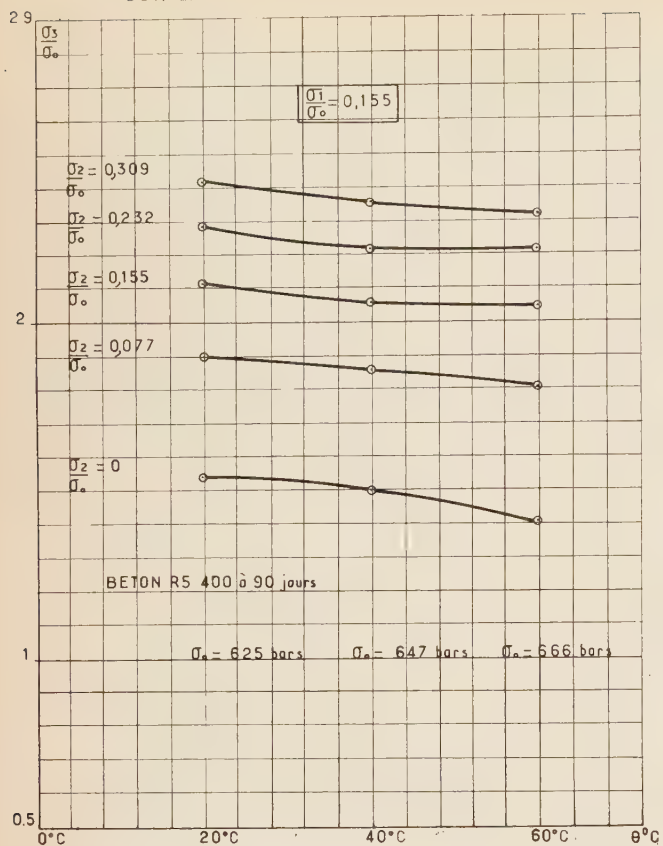


FIG. 39.

INFLUENCE DE LA TEMPERATURE
SUR LA RESISTANCE A LA RUPTURE

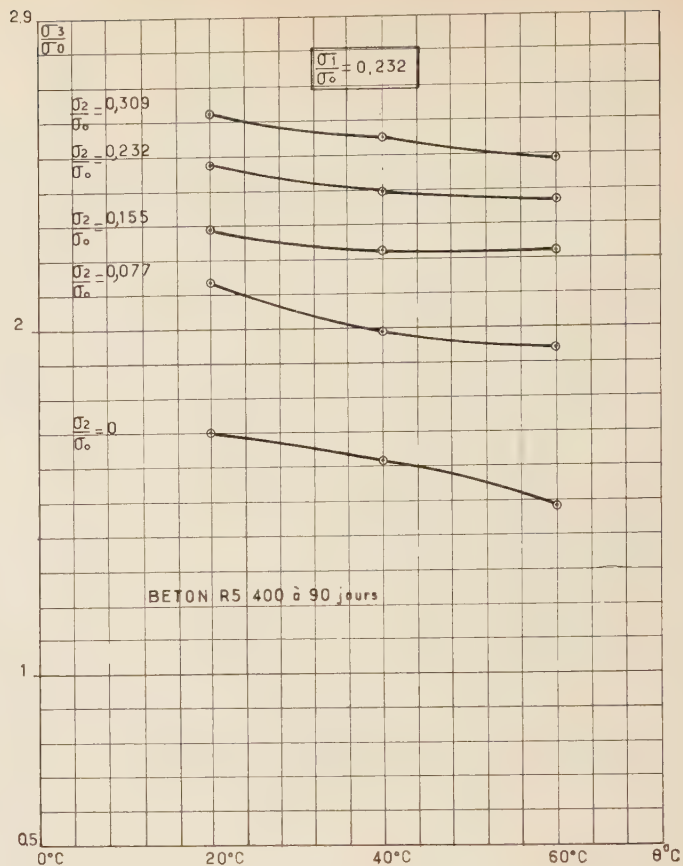


FIG. 40.

INFLUENCE DE LA TEMPERATURE
SUR LA RESISTANCE A LA RUPTURE

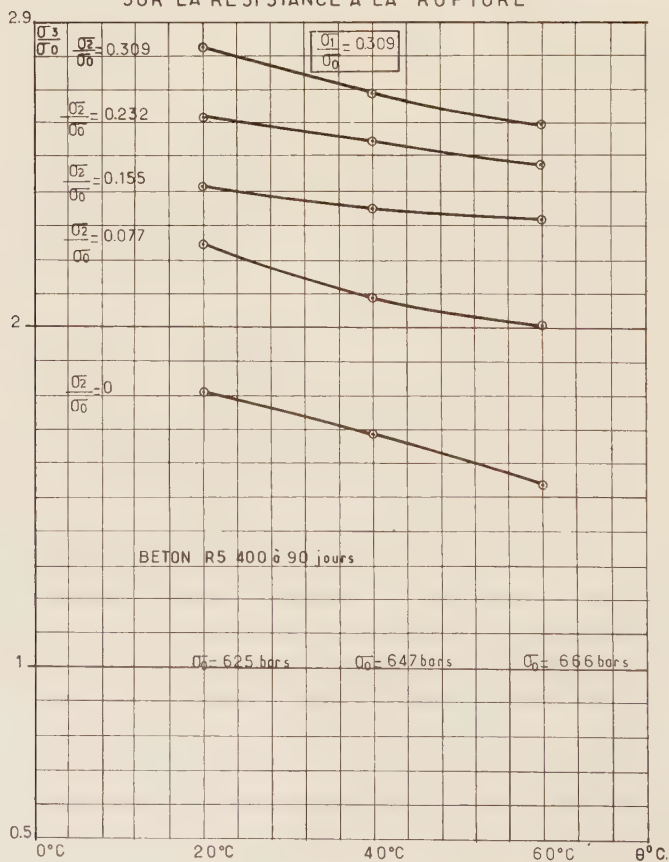


FIG. 41.

5. CONCLUSION

De l'ensemble des résultats présenté sur cet article, il convient de tirer deux remarques importantes qui ont une incidence sur nos méthodes de calcul des structures en béton.

1. La divergence de la valeur du coefficient de Poisson définie suivant la direction de la contrainte principale inférieure par rapport à celle définie suivant la direction de la contrainte principale intermédiaire ou supérieure.

2. L'existence d'un seuil de discontinuité ou de dislocation représentant l'amorce d'une fissuration interne qui va se propager dans toute l'éprouvette jusqu'au seuil d'écoulement ou jusqu'à la rupture. Il semble que ce soit à partir de ce seuil de discontinuité qu'il conviendrait d'établir le domaine de résistance du matériau.

Le prolongement que nous donnons à nos travaux, dans le cadre d'un programme établi pour le S.E.C.N., doit permettre de préciser complètement ces deux points et de définir le seuil de réversibilité des déformations sous une application cyclique du tenseur des contraintes.

L'examen du diagramme représentatif (fig. 22) de la résistance ultime d'un béton dans un état de contrainte triaxial nous a incité à un développement analytique de ces courbes, dans lequel apparaîtraient comme paramètres les résistances à la rupture en traction simple et en compression simple. Nous n'avons pas actuellement de formule à proposer, mais nous pensons qu'il y a pour chacune de ces courbes trois domaines à considérer et trois formes analytiques différentes. Le premier domaine se situe dans les faibles valeurs de σ_3 , le matériau est alors dans un état de contrainte biaxial ou triaxial mais avec des valeurs des contraintes σ_1 et σ_2 voisines mais petites par rapport à σ_3 . Le deuxième domaine se situe au voisinage de la bissectrice des axes σ_3/σ^0 , σ_2/σ^0 . Les modes de rupture observés dans ces deux domaines sont totalement différents. Et enfin le troisième domaine assure le raccordement entre les deux domaines précédents et est caractérisé sur les courbes par une partie quasi linéaire.

L'exploitation d'un pareil diagramme, en supposant qu'il définisse le domaine de résistance du matériau, est simple. Citons le projet de réglementation américaine du calcul des caissons nucléaires en béton précontraint (18 septembre 1967).

Supposons un état de contrainte défini en un point du milieu, soit :

$$\sigma (\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3).$$

a) Établissons les rapports :

$$\sigma_3/\sigma^0 \text{ et } \sigma_1/\sigma^0.$$

b) Entrons σ_3/σ^0 sur le diagramme et traçons une parallèle à l'axe des abscisses. Cette parallèle intercepte la courbe σ_1/σ^0 en deux points.

c) La plus grande des abscisses correspondant à ces deux points définit la valeur d'un facteur C.

Il convient de vérifier que :

$$|\sigma_2| \leq 0,5 C \sigma^0 \text{ pour une contrainte temporaire,}$$

$$|\sigma_2| \leq 0,45 C \sigma^0 \text{ pour des contraintes de service.}$$

d) si σ_3 et / ou σ_1 sont des tractions elles doivent être considérées comme nulles.

Le domaine de sécurité est défini par les contraintes maximales admissibles en compression et en traction qui sont respectivement de la forme :

$$KC\sigma^0 \text{ et } K' \sqrt{\sigma^0}$$

K et K' sont des coefficients de sécurité variant en fonction des différents cas de charges.

En toute rigueur, l'utilisation d'une telle méthode suppose l'établissement du diagramme définissant le domaine de résistance du matériau par des essais sous contraintes triaxiales et ce pour chaque type de béton à employer.

On peut aussi envisager une classification des bétons basée sur un certain nombre de paramètres caractéristiques simples à définir et établir pour chacune de ces catégories, par une campagne d'essais, son domaine de résistance sous contraintes triaxiales.

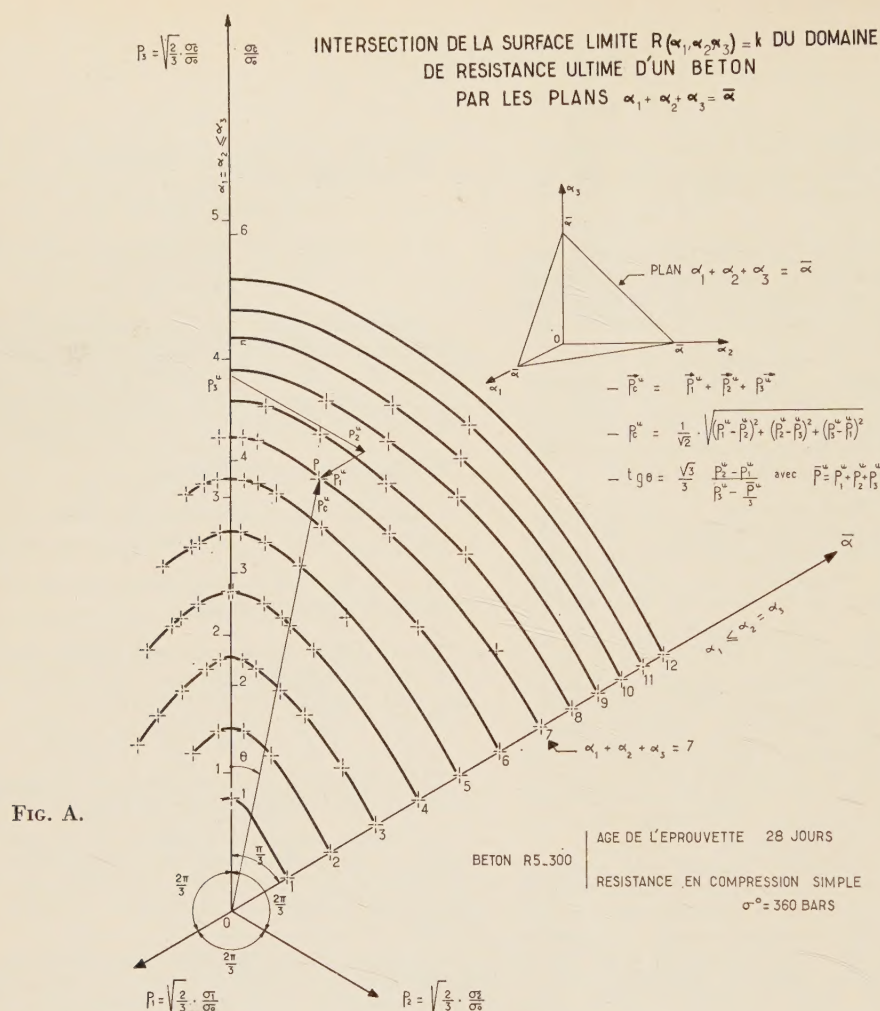
Une règle simple, telle que celle citée plus haut à titre d'exemple, donnerait au projeteur la possibilité de mieux utiliser les propriétés mécaniques du matériau dans le cas où le milieu est soumis à un champ de contraintes complexe.

ANNEXE

ANALYSE DU DOMAINE DE RÉSISTANCE ULTIME DU BÉTON

On peut obtenir une image plus explicite du domaine de résistance ultime d'un béton en représentant l'ensemble des intersections de la surface limite $R(\alpha_1^u, \alpha_2^u, \alpha_3^u) = K$ de ce domaine et de la famille de plans d'équations $\alpha_1^u + \alpha_2^u + \alpha_3^u = \bar{\alpha}^u$. Nous rappelons que : $\alpha_1^u = \frac{\sigma_1^u}{\sigma^0} \dots (1, 2, 3)$. Cette représentation se fait en projetant ces courbes d'intersection dans le plan passant par l'origine (O) du

système d'axes ($O\alpha_1, O\alpha_2, O\alpha_3$) et perpendiculaires à l'équissectrice de ces mêmes axes. Chacune de ces courbes est fermée et présente trois axes de symétrie confondus avec les traces, définies dans le plan de projection, par les plans contenant d'une part l'équissectrice et d'autre part chacun des axes $O\alpha_1, O\alpha_2$ et $O\alpha_3$. Chacune de ces courbes est à invariant du tenseur des contraintes $\bar{\sigma} = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3$ constant, c'est-à-dire caractérisée par



une valeur de α imposée. Elle peut se définir dans le plan de projection (fig. A) :

— soit dans un système d'axes $O\rho_1, O\rho_2, O\rho_3$ confondus avec les axes de symétrie

$$\vec{OP} = \vec{\rho}_e = \vec{\rho}_1 + \vec{\rho}_2 + \vec{\rho}_3$$

avec :

$$\rho_i^u = \sqrt{\frac{2}{3}} \alpha_i^u \dots (1, 2, 3)$$

et par analogie :

$$\rho_e^u = \sqrt{\frac{2}{3}} \alpha_e^u, \quad \alpha_e^u = \frac{\sigma_e^u}{\sigma_0}$$

— soit dans un système de coordonnées polaires (ρ_e, θ)

$$\vec{OP} \equiv (\rho_e^u, \theta)$$

avec :

$$\rho_e^u = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\rho_1^u - \rho_2^u)^2 + (\rho_2^u - \rho_3^u)^2 + (\rho_3^u - \rho_1^u)^2}$$

et

$$\left\{ \begin{aligned} \rho_e^u \cos \theta &= \frac{3}{2} \left(\rho_3^u - \frac{\rho}{3} \right) \\ \rho_e^u \sin \theta &= \frac{\sqrt{3}}{2} (\rho_2^u - \rho_1^u), \quad \rho = \rho_1^u + \rho_2^u + \rho_3^u \\ \operatorname{tg} \theta &= \frac{\sqrt{3}}{3} \frac{\rho_2^u - \rho_1^u}{\rho_3^u - \frac{\rho}{3}} \end{aligned} \right.$$

La forme de la fonction ρ_e^u est intéressante car elle nous permet d'écrire :

$$\sigma_e^u = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1^u - \sigma_2^u)^2 + (\sigma_2^u - \sigma_3^u)^2 + (\sigma_3^u - \sigma_1^u)^2}$$

et de retrouver le développement de la *contrainte caractéristique* σ_e mise en évidence dans la théorie de Von Mises.

Le tracé et l'examen des différentes courbes établies pour des valeurs de $\bar{\alpha} = \frac{\sigma}{\sigma_0}$ allant de 1 à 12 (fig. A) ont

REPRESENTATION DES FONCTIONS

$$P_c^u \left[0, \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \bar{P} \right] \text{ ET } P_c^u \left[\frac{1}{3}, \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \bar{P} \right]$$

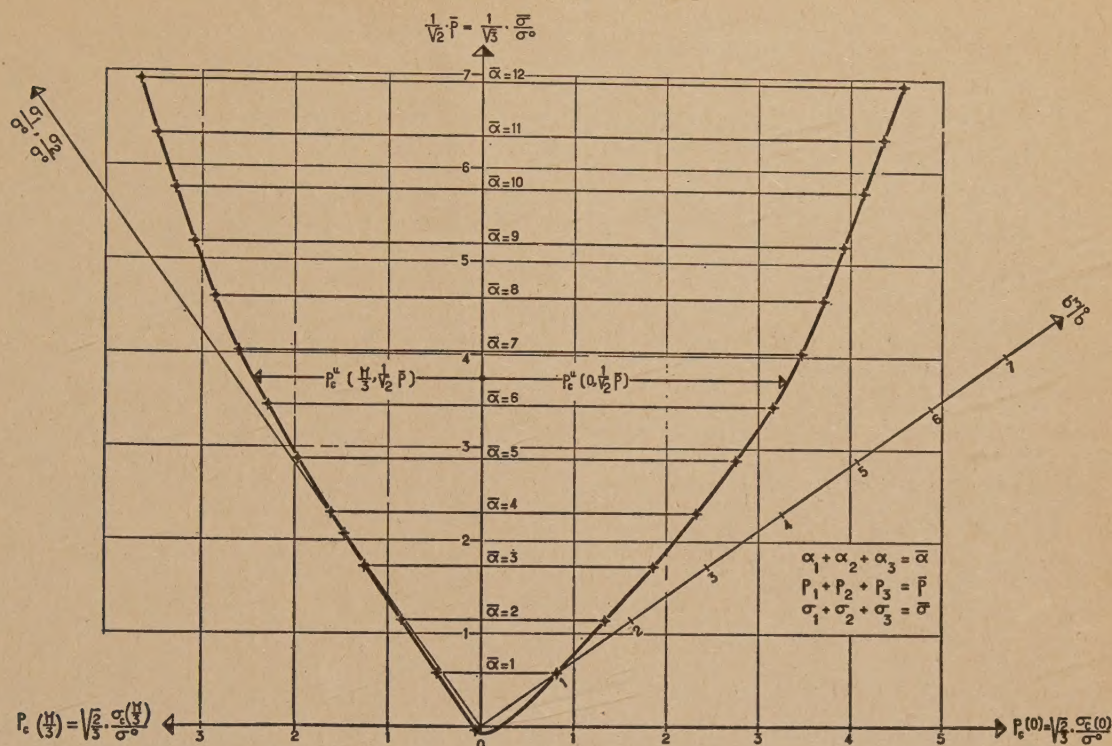


FIG. B.

$$P_c^u \left(\frac{1}{3} \right) = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sigma_c \left(\frac{1}{3} \right)}{\sigma_0}$$

montré que la fonction $\rho_c^u(\bar{\theta}, \bar{\rho})$ pouvait se mettre en coordonnées cylindriques sous la forme :

$$(\rho_c^u)^2 \left[\frac{\cos^2 \frac{3}{2} \theta}{\left[\rho_c^u(0, \bar{\rho}) \right]^2} + \frac{\sin^2 \frac{3}{2} \theta}{\left[\rho_c^u \left(\frac{\pi}{3}, \bar{\rho} \right) \right]^2} \right] = 1$$

où :

$$\rho_c^u(0, \bar{\rho}), \text{ valeurs de } \rho_c^u(\theta, \bar{\rho}) \text{ lorsque } \theta = 0, \frac{2}{3}\pi, \frac{4}{3}\pi$$

$$\rho_c^u \left(\frac{\pi}{3}, \bar{\rho} \right), \text{ valeurs de } \rho_c^u(\theta, \bar{\rho}) \text{ lorsque } \theta = \frac{\pi}{3}, \pi, \frac{5}{3}\pi$$

$$\bar{\rho} = \sqrt{\frac{2}{3}} \bar{\alpha} = \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{\bar{\sigma}}{\sigma_0}$$

Il est alors aisé de représenter, en coordonnées cylindriques $\sigma_c^u(\theta, \bar{\sigma})$ et sous une forme analogue, la surface limitant le domaine de résistance ultime d'un béton :

$$[\sigma_c^u]^2 \left[\frac{\cos^2 \frac{3}{2} \theta}{\left[\sigma_c^u(0, \bar{\sigma}) \right]^2} + \frac{\sin^2 \frac{3}{2} \theta}{\left[\sigma_c^u \left(\frac{\pi}{3}, \bar{\sigma} \right) \right]^2} \right] = 1.$$

Il est intéressant de noter que pour un béton donné les fonctions :

$$\sigma_c^u(0, \bar{\sigma}) \text{ et } \sigma_c^u \left(\frac{\pi}{3}, \bar{\sigma} \right)$$

peuvent être obtenues par des essais de chargement à tenseur de contraintes cylindriques :

Pour :

$$\sigma_c^u(0, \bar{\sigma}) \longrightarrow \bar{\sigma}^u(\sigma_1 = \sigma_2 \leq \sigma_3)$$

et pour :

$$\sigma_c^u \left(\frac{\pi}{3}, \bar{\sigma} \right) \longrightarrow \bar{\sigma}^u(\sigma_1 \leq \sigma_2 = \sigma_3)$$

avec :

$$\bar{\sigma} = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3.$$

Ces fonctions sont caractérisées, pour chaque type de béton, par un certain nombre de propriétés intrinsèques du matériau, telles que, la résistance en compression, la résistance en traction simple, ... etc. Nous ne sommes pas en mesure, actuellement, de leur donner une forme analytique de type :

$$\sigma_c^u(0, \bar{\sigma}, \sigma_0, \sigma'_0, \dots)$$

et

$$\sigma_c^u \left(\frac{\pi}{3}, \bar{\sigma}, \sigma_0, \sigma'_0, \dots \right).$$

Nous pouvons constater que le seuil de rupture ou d'écoulement ainsi défini est une généralisation du seuil d'écoulement plastique des métaux selon le critère de VON MISES.

La condition de stabilité d'un béton se traduit par la relation :

$$\sigma_c(\theta, \bar{\sigma}) < \sigma_c^*(\theta, \bar{\sigma})$$

avec :

$$\sigma_c = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}$$

et

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{\sqrt{3}}{3} \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{\sigma_3 - \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2}}$$

BIBLIOGRAPHIE

INTERNATIONAL CONFERENCE ON STRUCTURE, SOLID MECHANICS AND ENGINEERING DESIGN IN CIVIL ENGINEERING MATERIALS-SOUTHAMPTON, APRIL 1969 :

- NARAYAN SWAMY, Aggregate — Matrix interaction in concrete systems.
- D. Mc LEAN, Fracture in different microstructures.
- COLIN B. BROWN, The effect of aggregate content on the properties of concrete.
- R. PAUL JOHNSON and P. G. LOWE, Behaviour of concrete under biaxial and triaxial stress.
- L. FACAOARU, M. TANNENBAUM, G. STANCULESCU, Studies on the deformation and cracking of concrete under uniaxial stress field.
- JOHN W. DOUGILL, An approximate assessment of the effects of heterogeneity on the strength and mode of failure of concrete systems.
- K. NEWMAN and J. B. NEWMAN, Failure theories and design criteria for plain concrete.

AKROYD T. N. W., Concrete under triaxial stress, Mag. Concr. Res. (1961), 13(39), 111, 115.

BELLAMY C. J., Strength of concrete under combined stresses. Proc. Amer. Conc. Inst. (1961), 58, 367, 380.

BREMER, Multi-layer (Double-Wall) Prestressed Concrete Pressure Vessel, Nuclear Engineering and Design 5 (1967).

BREJLER, B. and K. J. PISTER, Strength of concrete under combined stresses, Proc. Amer. Conc. Inst. (1958), 55, 321, 345.

B. CRUMIERE et M. CORNU, État de contrainte bi-axial en compression. Travaux, mars 1969.

M. P. DANTU, Étude des contraintes dans les milieux hétérogènes. Application au béton. Annales I.T.B.T.P., EM 40, janvier 1958.

E. FUMAGALLI, Caratteristici di resistenza dei conglomerati cementizi per stati di compressione pluriassiali. Inst. Spec. Mod. E. Strut. Vol. 30 BERGAMO (1965).

C. D. GOODE, M. A. HELMY, The strength of concrete under combined shear and direct stress. Mag. of Concrete Research, vol. 19, n° 59, juin 1967.

P. HABIB et P. MORLIER, Colloque de Géotechnique. Toulouse, mars 1969.

HANNANT, D. J. and C. O. FREDERICK, Failure criteria for concrete in compression. Mag. Concr. Res. (1968), 20, 137, 144.

R. L'HERMITE, Idées actuelles sur la technologie du béton. I.T.B.T.P. 1955.

D. Mc HENRY, J. KARNI, Strength of concrete under combined tensile and compressive stress. Proceedings, ACI, vol. 54. 10, avril 1958.

NEWMAN K., Criteria for the behaviour of plain concrete under complex states of stress. Proc. Int. Conf. Struct. Concr. London 1965.

G. S. ROBINSON, Behaviour of concrete in biaxial compression. Journal of the structural division, ASCE, vol. 93. N° JTI, Feb. 1967.

G. W. D. VILE, International Conference on the structure of concrete. Paper F2. Sept. 1965.

PRESTRESSED CONCRETE NUCLEAR REACTOR STRUCTURES, Univ. of California. Berkeley. March 1968 :

— JOHN W. DOUGILL, Structural properties of concrete, a review. Lecture X.

— Y. R. RASHID, Analysis on prestressed concrete nuclear reactor structures. Lecture XIII.

— TENTATIVE CRITERIA, PRESTRESSED CONCRETE VESSELS for NUCLEAR REACTORS, 18 sept. 1967.